

SPRAWOZDANIE DYREKCJI

# C. K. WYŻSZEJ SZKOŁY REALNEJ

W KRAKOWIE

ZA ROK SZKOLNY 1895.

XX.

—>: TREŚĆ. <—

1. **Profesor Jan Bidziński.** Goniometrya (Goniometrie).
2. **Dyrektor Dr. Hugo Zathey.** Wiadomości szkolne (Schulnachrichten).



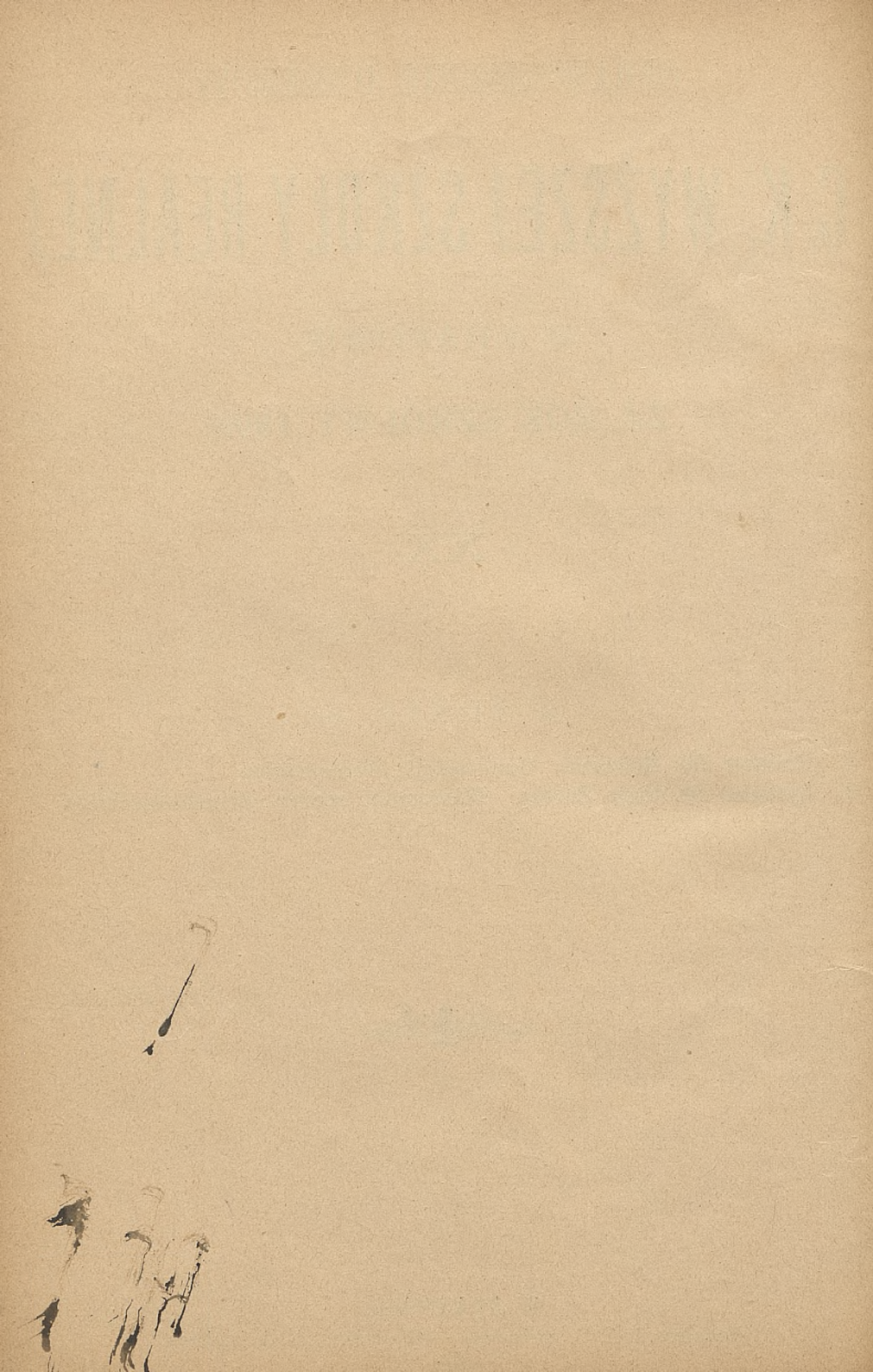
*J. Bidziński*

W KRAKOWIE.

Nakładem funduszu naukowego. — W drukarni A. Koziańskiego.

1895.





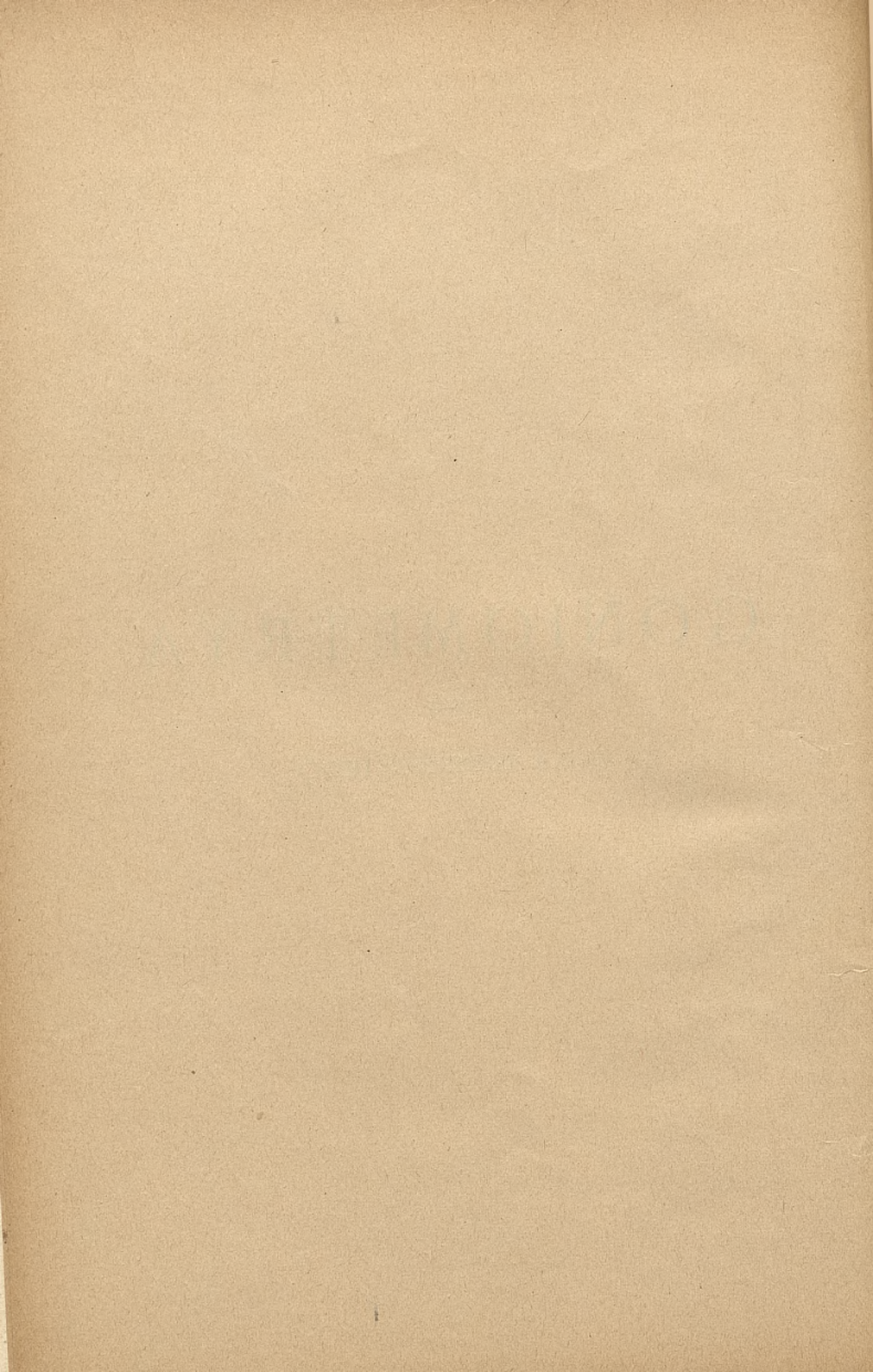


# GONIOMETRYA

przez

JANA BIDZIŃSKIEGO.







# WSTĘP.

§. 1. Z planimetrii wiadomo, w jaki sposób można z danych elementów wyznaczających trójkąt, za pomocą konstrukcyi wyznaczyć niewiadome elementa. Do wyznaczenia rachunkiem tych niewiadomych elementów służą funkcy kątów.

Nauka o funkcyach kątów, zwanych także funkcyami goniometrycznymi lub trygonometrycznymi, zowie się goniometrią, a zastosowanie funkcyi goniometrycznych do rozwiązywania trójkątów płaskich lub też sferycznych jest przedmiotem trygonometrii płaskiej, lub też sferycznej.

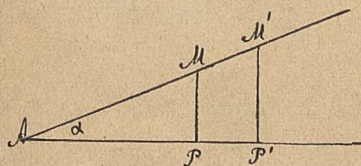


## GONIOMETRYA.

### Określenie funkcyi kątów.

§. 2. Z dowolnego punktu M (fig. 1.) położonego na jednym ramieniu kąta BAC, spuśmy prostopadłą na drugie ramię.

fig 1



Wartości sześciu stosunków dwóch boków trójkąta AMP mianowicie:

$$\frac{MP}{AM}, \quad \frac{AP}{AM}, \quad \frac{MP}{AP}, \quad \frac{AP}{MP}, \quad \frac{AM}{AP}, \quad \frac{AM}{MP}$$

nie zależą od położenia punktu M, a więc i od długości promienia wodzącego AM (długość AM zowiemy promieniem wodzącym punktu M), albowiem z podobieństwa troj-

kątów AMP i AM'P' wypada:

$$\frac{MP}{AM} = \frac{M'P'}{AM'}; \quad \frac{AP}{AM} = \frac{AP'}{AM'}; \quad \text{itd.}$$

Wartości tych stosunków zależą jednak od wielkości kąta  $\alpha$  i razem z tą wielkością zmieniają się; że zaś ilość zależną od drugiej ilości zowiemy funkcyą tej drugiej ilości, przeto te sześć stosunków są funkcyami kąta  $\alpha$



i nazywają się kolejno: sinus (wstawa), cosinus (dostawa), tangens (styczna), cotangens (dotyczna), secans (sieczna), cosecans (dosieczna) kąta  $\alpha$ .

Na oznaczenie funkeyi używamy następującego znakowania:

$$\frac{MP}{AM} = \sin \alpha; \quad \frac{AP}{AM} = \cos \alpha; \quad \frac{MP}{AP} = \operatorname{tg} \alpha; \quad \frac{AP}{MP} = \operatorname{cotg} \alpha; \quad \frac{AM}{AP} = \sec \alpha; \quad \frac{AM}{MP} = \operatorname{cosec} \alpha.$$

A zatem w trójkącie prostokątnym:

Wstawa kąta jest stosunkiem przyprostokątnej przeciwległej do przeciwprostokątnej.

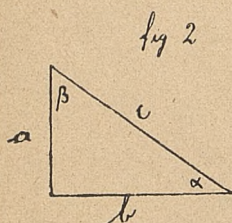
Dostawa kąta jest stosunkiem przyprostokątnej przyległej do przeciwprostokątnej.

Styczna kąta jest stosunkiem przyprostokątnej przeciwległej do przyprostokątnej drugiej.

Dotyczna kąta jest stosunkiem przyprostokątnej przyległej do przyprostokątnej drugiej.

Sieczna kąta jest stosunkiem przeciwprostokątnej do przyprostokątnej przyległej.

Dosieczna kąta jest stosunkiem przeciwprostokątnej do przyprostokątnej przeciwległej.



W trójkącie prostokątnym, którego boki są:  $a$ ,  $b$ ,  $c$  a kąty ostre:  $\alpha$ ,  $\beta$  (fig. 2.) jest:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}; \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}; \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a};$$

$$\sec \alpha = \frac{c}{b}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{c}{a}.$$

Przykłady.

1. Obliczyć funkeye kąta  $30^\circ$  i  $60^\circ$ .

Wykreślmy trójkąt prostokątny w którym jeden kąt ostry jest  $30^\circ$  więc drugi  $60^\circ$  i oznaczmy przyprostokątnie leżącą naprzeciw pierwszego kąta przez  $a$ , naprzeciw drugiego przez  $b$ , zaś przeciwprostokątnie przez  $c$ . Z uwagi, że trójkąt równoboczny o bokach  $c$  składa się z dwóch takich prostokątnych trójkątów, okaże się, że:

$$c = 2a, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2} = a\sqrt{3}, \quad \text{skąd:}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{a}{c} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{b}{c} = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \text{itd.}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{a}{c} = \frac{1}{2}; \quad \text{itd.}$$

2. Obliczyć funkeye kąta  $45^\circ$ .

Oznaczmy przyprostokątnie leżące naprzeciw kąta  $45^\circ$  przez  $a$ , zaś przeciwprostokątnie przez  $c$ , to będzie  $c = \sqrt{2}a = a\sqrt{2}$ , skąd:



$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{a}{c} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{cotg} 45^\circ = \frac{a}{a} = 1;$$

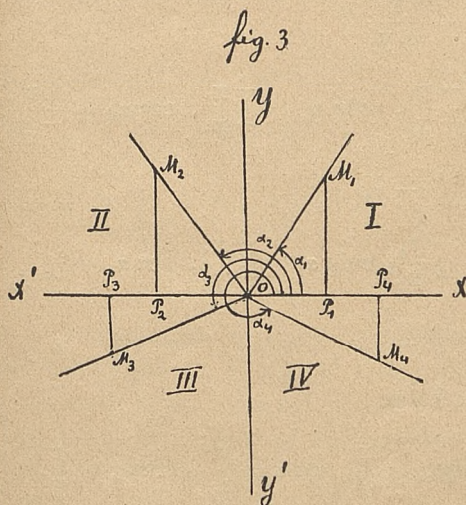
$$\sec 45^\circ = \operatorname{cosec} 45^\circ = \frac{c}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}.$$

§. 3. Pojęcie funkcyi goniometrycznych podane dla kąta ostrego, rozszerzyć można także i dla innych kątów.

W tym celu wykreślmy (fig. 3.) dwie proste wzajemnie prostopadłe, tak zwane osi spółrzędnych; jedną z nich XX' nazwijmy osią odciętych, lub osią Xów, drugą zaś YY' osią przystaw, osią rzędnych, albo osią Yów, a punkt w którym się obie osi przecinają początkiem (środkiem) spółrzędnych.

Przyjmijmy następnie kierunek dodatni i ujemny na każdej osi, mianowicie na osi Xów kierunek idący na prawo od początku spółrzędnych za dodatni, a na lewo za ujemny, zaś na osi Yów, kierunek idący w górę za dodatni, a na dół za ujemny. Wykreślmy kąt, którego wierzchołek leży w początku spółrzędnych O i którego ramię stałe schodzi się z dodatnim kierunkiem osi Xów. Jeżeli drugie ramię tego kąta obraca się w kierunku przeciwnym jak skazówka na zegarze (od dodatniego kierunku osi Xów ku dodatniemu kierunkowi osi Yów), wtenczas przebiega kolejno wszystkie cztery ćwiartki płaszczyzny: pierwszą, drugą, trzecią i czwartą, utworzone

przez obie osi i z ramieniem stałym utworzy wszystkie kąty od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ .



Z któregokolwiek punktu ramienia ruchomego spuścimy prostopadłą do osi Xów i długość mierzoną na osi Xów, zawartą między początkiem spółrzędnych a spodkiem tejże prostopadłej nazwijmy odciętą, a długość samej prostopadłej przystawą lub rzędną. ( $OP_1$  jest odciętą, zaś  $P_1M_1$  rzędną punktu  $M_1$ ;  $OP_2$  jest odciętą, zaś  $P_2M_2$  rzędną punktu  $M_2$  itd.).

Odciętą nazwijmy  $x$ , zaś rzędną  $y$ . Odcięta i rzędna zowią się spółrzednemi punktu. Jeżeli punkt  $M$  ma spółrzedne  $x$  i  $y$ , to wtenczas piszemy:  $M \begin{cases} x \\ y \end{cases}$  albo  $M(x, y)$ .

Odcięta jest dodatnią lub ujemną według tego, czy leży na dodatnim kierunku osi Xów czy też na ujemnym; rzędna jest dodatnią lub ujemną według tego, czy leży po dodatniej stronie osi Yów, czy też po ujemnej.



Dla kąta  $\alpha_1$  którego ramię ruchome leży w ćwiartce pierwszej, krótko dla kąta w ćwiartce pierwszej, odcięta i rzędna są dodatnie  $(+x_1, +y_1)$ .

Dla kąta  $\alpha_2$  w ćwiartce drugiej, odcięta jest ujemną, a rzędna dodatnią  $(-x_2, +y_2)$ .

Dla kąta  $\alpha_3$  w ćwiartce trzeciej, odcięta i rzędna są ujemne  $(-x_3, -y_3)$ .

Dla kąta  $\alpha_4$  w ćwiartce czwartej, odcięta jest dodatnią, a rzędna ujemną  $(+x_4, -y_4)$ .

Długość promienia wodzącego, który jest zawsze dodatni, oznaczmy przez  $r$ .

Stosując pojęcie funkei goniometrycznych do kąta  $\alpha_1$  w trójkącie prostokątnym  $OM_1P_1$  otrzymamy:

$$\sin \alpha_1 = \frac{+y_1}{r}, \quad \cos \alpha_1 = \frac{+x_1}{r}, \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{+y_1}{+x_1}, \quad \operatorname{cotg} \alpha_1 = \frac{+x_1}{+y_1}, \quad \sec \alpha_1 = \frac{r}{+x_1},$$

$$\operatorname{cosec} \alpha_1 = \frac{r}{+y_1}$$

tj. wstawa kąta równa się stosunkowi rzędnej do promienia wodzącego; itd.

Stosując to samo do innych kątów, otrzymamy:

$$\sin \alpha_2 = \frac{+y_2}{r}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{-x_2}{r}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{+y_2}{-x_2}, \quad \operatorname{cotg} \alpha_2 = \frac{-x_2}{+y_2}, \quad \sec \alpha_2 = \frac{r}{-x_2},$$

$$\operatorname{cosec} \alpha_2 = \frac{r}{+y_2}$$

$$\sin \alpha_3 = \frac{-y_3}{r}, \quad \cos \alpha_3 = \frac{-x_3}{r}, \quad \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{-y_3}{-x_3}, \quad \operatorname{cotg} \alpha_3 = \frac{-x_3}{-y_3}, \quad \sec \alpha_3 = \frac{r}{-x_3},$$

$$\operatorname{cosec} \alpha_3 = \frac{r}{-y_3}$$

$$\sin \alpha_4 = \frac{-y_4}{r}, \quad \cos \alpha_4 = \frac{+x_4}{r}, \quad \operatorname{tg} \alpha_4 = \frac{-y_4}{+x_4}, \quad \operatorname{cotg} \alpha_4 = \frac{+x_4}{-y_4}, \quad \sec \alpha_4 = \frac{r}{+x_4},$$

$$\operatorname{cosec} \alpha_4 = \frac{r}{-y_4}$$

Ogólnie zatem dla jakiegokolwiek kąta:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}, \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{x}{y}, \quad \sec \alpha = \frac{r}{x}, \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{r}{y}.$$

W tych wzorach  $x$  i  $y$  mogą być liczbami dodatnimi i ujemnymi, zaś promień  $r$  jest zawsze dodatni; wielkość jego przyjmujemy niezmienną, co można, z powodu, że funkeja kąta nie zależy od długości promienia wodzącego.



## Znaki algebraiczne funkeyi kąta i ich wielkość.

§. 4. a). Ponieważ w ćwiartce pierwszej  $x$  i  $y$  są dodatnie, w drugiej  $x$  jest ujemne,  $y$  dodatnie, w trzeciej  $x$  i  $y$  są ujemne, w czwartej  $x$  jest dodatnie,  $y$  ujemne, przeto: dla kąta w ćwiartce pierwszej wszystkie funkeye są dodatnie; w drugiej wstawa i dosieczna są dodatnie, a dostawa, styczn, dotyczna i sieczna ujemne; w trzeciej styczn i dotyczna są dodatnie, a wstawa, dostawa, sieczna i dosieczna ujemne; w czwartej dostawa i sieczna są dodatnie, a wstawa, styczn, dotyczna i dosieczna ujemne.

δ) Ponieważ dla kątów  $0^\circ$  i  $360^\circ$  odcięta  $x$  jest równa promieniowi  $r$ , a rzędna  $y$  równa zeru; dla kąta  $90^\circ$ ,  $x = 0$ , zaś  $y = r$ ; dla kąta  $180^\circ$ ,  $x = -r$ , zaś  $y = 0$ ; dla kąta  $270^\circ$ ,  $x = 0$ , zaś  $y = -r$ , przeto

$$\sin 0^\circ = \sin 360^\circ = \frac{0}{r} = 0, \quad \cos 0^\circ = \cos 360^\circ = \frac{r}{r} = 1, \quad \operatorname{tg} 0^\circ = \operatorname{tg} 360^\circ = \frac{0}{r} = 0,$$

$$\operatorname{cotg} 0^\circ = \operatorname{cotg} 360^\circ = \frac{r}{0} = \infty, \quad \sec 0^\circ = \sec 360^\circ = \frac{r}{r} = 1,$$

$$\operatorname{cosec} 0^\circ = \operatorname{cosec} 360^\circ = \frac{r}{0} = \infty,$$

$$\sin 90^\circ = \frac{r}{r} = 1, \quad \cos 90^\circ = \frac{0}{r} = 0, \quad \operatorname{tg} 90^\circ = \frac{r}{0} = \infty, \quad \operatorname{cotg} 90^\circ = \frac{0}{r} = 0,$$

$$\sec 90^\circ = \frac{r}{0} = \infty, \quad \operatorname{cosec} 90^\circ = \frac{r}{r} = 1,$$

$$\sin 180^\circ = \frac{0}{r} = 0, \quad \cos 180^\circ = \frac{-r}{r} = -1, \quad \operatorname{tg} 180^\circ = \frac{0}{-r} = 0, \quad \operatorname{cotg} 180^\circ = \frac{-r}{0} = \infty,$$

$$\sec 180^\circ = -1, \quad \operatorname{cosec} 180^\circ = \infty,$$

$$\sin 270^\circ = \frac{-r}{r} = -1, \quad \cos 270^\circ = \frac{0}{r} = 0, \quad \operatorname{tg} 270^\circ = \frac{-r}{0} = \infty, \quad \operatorname{cotg} 270^\circ =$$

$$= \frac{0}{r} = 0, \quad \sec 270^\circ = \infty, \quad \operatorname{cosec} 0^\circ = -1.$$

c) Ponieważ wartość bezwzględna odciętej maleje a rzędnej rośnie, gdy kąt rośnie od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  i od  $180^\circ$  do  $270^\circ$ ; zaś odciętej rośnie a rzędnej maleje, gdy kąt rośnie od  $90^\circ$  do  $180^\circ$  i od  $270^\circ$  do  $360^\circ$ , przeto: ze wzrostem kąta rosną wartości bezwzględne wstawy, stycznnej i siecznej w ćwiartkach I i III, zaś dostawy, dotycznej i dosiecznej w ćwiartkach II i IV; a maleją wartości bezwzględne pierwszych funkeyi w ćwiartkach II i IV, zaś drugich w ćwiartkach I i III.

α) Mając na uwadze, że wartości bezwzględne na  $x$  i na  $y$  są mniejsze od  $r$  i tylko dla pewnych kątów równe  $r$ , tudzież że wartość bezwzględna na  $x$  może być mniejszą, większą lub też równą wartości bezwzględnej na  $y$  (równą dla  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $315^\circ$ ), okazuje się, że wartość bezwzględna wstawy i dostawy jest  $\leq 1$ , stycznnej i dotycznej  $\leq 1$ , siecznej i dosiecznej  $\geq 1$ .



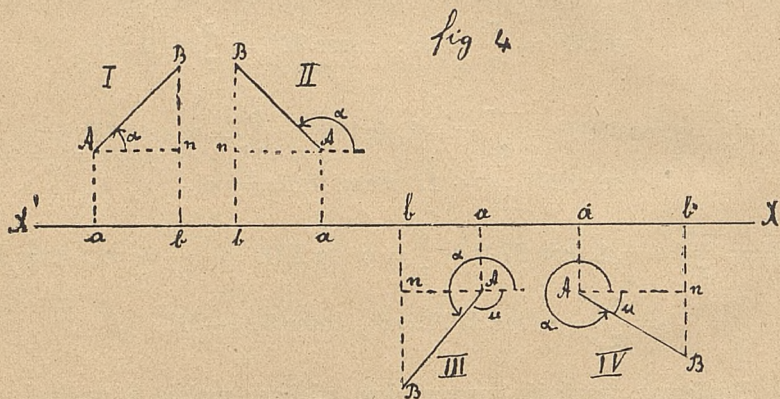
A ponieważ każda funkcyja może być dodatnią i ujemną, przeto wartość wstawy i dostawy leży między granicami  $-1$  i  $+1$ , styczney między  $-\infty$  i  $+\infty$ , siecznej i dosiecznej między  $-1$  i  $-\infty$  tudzież między  $+1$  i  $+\infty$ .

e) Zestawiając razem wszystko, co się powiedziało w tym paragrafie o funkcyach kątów, można oznaczyć, jak się zmienia każda funkcyja, gdy kąt rośnie od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ . Uważmy np. styczną.

Od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  styčna jest dodatnią i otrzymuje wartości od  $0$  do  $\infty$ ; od  $90^\circ$  do  $180^\circ$  jest ujemną i otrzymuje wartości od  $-\infty$  do  $0$ ; od  $180^\circ$  do  $270^\circ$  jest dodatnią i otrzymuje wartości od  $0$  do  $\infty$ ; od  $270^\circ$  do  $360^\circ$  jest ujemną i otrzymuje wartości od  $-\infty$  do  $0$ . (Dla kątów  $90^\circ$  i  $270^\circ$  styczną ma wartość  $\pm \infty$ ).

**Uwaga.** Z pojęcia dostawy można dojść do następującego twierdzenia: Stosunek rzutu odcinka na jakąś prostą (oś rzutów) do tegoż odcinka, równa się dostawie kąta, zawartego między dodatnimi kierunkami osi rzutów i odcinka.

Uważmy (fig. 4) odcinek  $AB$  z kierunkiem dodatnim od  $A$  do  $B$  i jego rzut  $ab$  na prostą  $X'X'$  (oś rzutów); na osi tej przyjmijmy kierunek dodatni od  $X'$  ku  $X$ . Rzut  $ab$  odcinka  $AB$  jest dodatni w I i IV, zaś ujemny w II i III.



Aby znaleźć wartość stosunku  $\frac{ab}{AB}$ , poprowadźmy przez punkt  $A$  równoległą do osi rzutów, tedy oczywiście

$$\frac{ab}{AB} = \frac{An}{AB} = \cos \alpha = \cos (x, l)$$

( $x$ ) oznacza kąt zawarty między dodatnimi kierunkami osi  $X'$ ów i odcinka  $AB = l$ .

(Za  $\cos \alpha$  w III i IV, gdzie  $\alpha$  jest kątem wypukłym można położyć:  $\cos (360 - \alpha) = \cos \alpha$ , albowiem, jak później poznamy,  $\cos (360 - \alpha) = \cos \alpha$ ).



## Kąty ujemne i ich funkcey.

§. 5. Gdyby ramię ruchome kąta obracało się około wierzchołka w kierunku ruchu wskazówki zegara, t. j. od dodatniego kierunku osi Xów ku odjemnemu kierunkowi osi Yów, natenczas przebiegłoby kolejno ćwiartki IV, III, II i I.

Kąty w ten sposób powstałe, uważamy za ujemne w przeciwieństwie do kątów powstałych przez obrót w kierunku przeciwnym jak wskazówka na zegarze. Pojęcie funkcij goniometrycznych podane dla kątów, powstałych przez obrót ramienia ruchomego w kierunku przeciwnym jak wskazówka na zegarze (kątów dodatnich), stosuje się także i do kątów ujemnych.

## Funkcey kątów większych od kąta pełnego.

§. 6. Jeżeli ramię ruchome kąta po dokonanyim zupełnym obrocie, jeszcze się dalej obraca, w takim razie powstaną kąty:  $360^\circ + \alpha$ ,  $2.360^\circ + \alpha$ , itd. ogólnie  $n.360^\circ + \alpha$ , gdzie  $n$  jest liczbą całkowitą.

Każda funkceya kąta  $n.360^\circ + \alpha$ , gdzie  $n$  oznacza liczbę całkowitą równa się równoimiennej funkcji kąta  $\alpha$ , albowiem dla obu tych kątów ramię ruchome zajmuje to samo położenie. A zatem:  $\sin (n.360 + \alpha) = \sin \alpha$  itd.

$$\text{Np. } \sin (360^\circ + 24^\circ) = \sin 24^\circ, \quad \cos (360^\circ - 42^\circ) = \cos (-42^\circ), \\ \text{tg } (-2.360^\circ + 50^\circ) = \text{tg } 50^\circ.$$

*Uwaga 1.* Często długością łuku zakreślonego promieniem równym 1, oznacza się kąt odpowiadający temu łukowi. Ponieważ w tym razie obwód koła  $= 2\pi$ , przeto kąt pełny oznacza się przez  $2\pi$ , kąt półpełny przez  $\pi$ , kąt  $90^\circ$  przez  $\frac{\pi}{2}$ , kąt  $1^\circ$  przez  $\frac{\pi}{180}$ , kąt  $\alpha^\circ$  przez  $\frac{\alpha\pi}{180}$ .

Zatem zamiast  $n.360^\circ + \alpha$  można napisać  $2\pi n + \alpha$  i w razie, gdy  $n$  jest liczbą całkowitą, będzie:  $\sin (2\pi n + \alpha) = \sin \alpha$ ; itd.

*Uwaga 2.* Funkcey goniometryczne są funkcjami peryodycznymi kąta, albowiem otrzymują te same wartości, gdy ramię ruchome, po wykonaniu zupełnego obrotu, jeszcze się dalej obraca.

## Związki między funkcjami tego samego kąta.

§. 7. Z określenia funkcji goniometrycznych:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \text{tg } \alpha = \frac{y}{x}, \quad \text{cotg } \alpha = \frac{x}{y}, \quad \sec \alpha = \frac{r}{x}, \quad \text{cosec } \alpha = \frac{r}{y}$$

w którym  $x$  i  $y$  oznaczają odciętą i rzędną OP i MP dowolnego punktu M (fig. 3) na ramieniu ruchomem,  $r$  promień wodzący punktu M, zaś  $\alpha$  kąt



między dodatnim kierunkiem osi Xów a ramieniem ruchomem, wynikają wzory następujące:

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \dots 1) \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \dots 2) \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \dots 3)$$

$$\text{tudzież } \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \frac{y}{x} = \operatorname{tg} \alpha; \quad \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{x}{r}}{\frac{y}{r}} = \frac{x}{y} = \operatorname{cotg} \alpha, \quad \text{czyli}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \dots 4) \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \dots 5)$$

Dzieląc równanie:  $x^2 + y^2 = r^2$  (które otrzymamy, stosując w  $\triangle OMP$  twierdzenie Pitagorasa), kolejno przez  $r^2$ ,  $x^2$ ,  $y^2$  dostaniemy:

$$\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1 \quad \text{czyli} \quad \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \dots 6)$$

$$1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{r}{x}\right)^2 \quad ,, \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \dots 7)$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1 = \left(\frac{r}{y}\right)^2 \quad ,, \quad 1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha \dots 8)$$

We wzorach tych dla krótkości napisano:  $\cos^2 \alpha$ ,  $\sin^2 \alpha$  itd., zamiast:  $(\cos \alpha)^2$ ,  $(\sin \alpha)^2$ , itd.

§. 8. Na podstawie wzorów w §. 7. możemy, znając jedną funkcję jakiegoś kąta, znaleźć wszystkie inne funkcje tegoż kąta.

I tak, znając  $\sin \alpha$ , znajdziemy:

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}; \quad \operatorname{cotg} \alpha = \pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha};$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}.$$

Znając  $\operatorname{tg} \alpha$ , znajdzie się:

$$\sin \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha}} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}}} = \pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}};$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}; \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad \sec \alpha = \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha}} = \pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}.$$

Z dwóch znaków  $\pm$  stojących przed pierwiastkiem tylko jeden wziąć należy, a który pozna się, mając na uwadze znak każdej z osobna funkcji.



## Przykłady:

1). Wyrazić wszystkie funkcyje przez  $\operatorname{cosec} \alpha$ , przyjmując, że  $\alpha$  jest kątem w ćwiartce IV.

Ponieważ w ćwiartce IV *cosinus* i *secans* są dodatnie, a inne funkcyje ujemne, będzie:

$$\sin \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha}; \quad \cos \alpha = + \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = + \sqrt{1 - \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \alpha}} = - \frac{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1}}{\operatorname{cosec} \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1}}; \quad \operatorname{cotg} \alpha = - \sqrt{\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1}; \quad \sec \alpha = - \frac{\operatorname{cosec} \alpha}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1}}.$$

Wiedząc np. że  $\operatorname{cosec} 330^\circ = -2$ , otrzymamy:

$$\sin 330^\circ = -\frac{1}{2}; \quad \cos 330^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \operatorname{tg} 330^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \operatorname{cotg} 330^\circ = -\sqrt{3};$$

$$\sec 330^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

2). Znaleźć wszystkie funkcyje, wiedząc, że  $\operatorname{tg} 135^\circ = -1$ .

Dla kąta w ćwiartce II. *sinus* i *cosecans* są dodatne, a inne funkcyje ujemne, będzie zatem:

$$\sin 135^\circ = - \frac{\operatorname{tg} 135^\circ}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 135^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 135^\circ = \frac{\operatorname{tg} 135^\circ}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 135^\circ}} =$$

$$= - \frac{1}{\sqrt{2}} = - \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \operatorname{cotg} 135^\circ = -1; \quad \sec 135^\circ = -\sqrt{2};$$

$$\operatorname{cosec} 135^\circ = \sqrt{2}.$$

3).  $\sec \alpha = -2$ . Znaleźć wszystkie inne funkcyje:

$$\text{Będzie: } \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{\sec^2 \alpha}} = \pm \frac{\sqrt{\sec^2 \alpha - 1}}{\sec \alpha} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha} = -\frac{1}{2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \mp \sqrt{3}; \quad \operatorname{cotg} \alpha = \mp \frac{\sqrt{3}}{3};$$

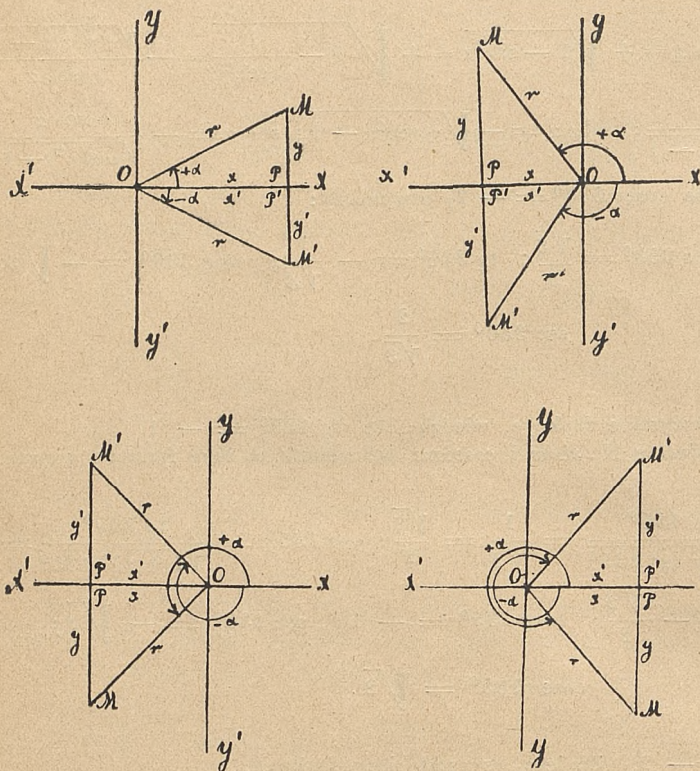
$$\operatorname{cosec} \alpha = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Do funkcyi  $\sec \alpha = -2$  należą dwa kąty, z których jeden leży w ćwiartce II, a drugi w ćwiartce III. Dla pierwszego kąta *sinus* i *cosecans* są dodatne, a inne funkcyje ujemne, zaś dla drugiego kąta *tangens* i *cotangens* są dodatnie, a inne ujemne. Zatem dla pierwszego kąta należy przed pierwiastkiem wziąć górny znak, dla drugiego dolny.



Związki między funkcyami dodatnich i ujemnych kątów,  
tj. kątów:  $+\alpha$  i  $-\alpha$ .

fig. 5.



§. 9. Wykreślmy kąt  $XOM = \alpha$  i kąt  $XOM' = -\alpha$  (fig. 5). Promień wodzący dla obu kątów przyjmijmy jednakowy i oznaczmy spólrzędne punktu M przez  $x$  i  $y$ , zaś spólrzędne punktu M' przez  $x'$  i  $y'$ . Ponieważ  $\triangle OMP \cong \triangle OM'P'$ , a rzędne  $y$  i  $y'$  są przeciwnego, zaś odcięte  $x$  i  $x'$  jednakowego znaku, przeto  $x' = x$ ;  $y' = -y$ ; będzie zatem:

$$\sin(-\alpha) = \frac{y'}{r} = \frac{-y}{r}; \quad \cos(-\alpha) = \frac{x'}{r} = \frac{x}{r}, \quad \text{a ponieważ: } \sin \alpha = \frac{y}{r}; \quad \cos \alpha = \frac{x}{r};$$

przeto:  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots 9)$$

$$\operatorname{cotg}(-\alpha) = -\operatorname{cotg} \alpha$$

Uwaga: Wzory  $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$  i  $\operatorname{cotg}(-\alpha) = -\operatorname{cotg} \alpha$  można wyprowadzić wprost z figury.

**Przykłady:**

1).  $\sin(-72^\circ) = -\sin 72^\circ$ .

2).  $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos \alpha$ .

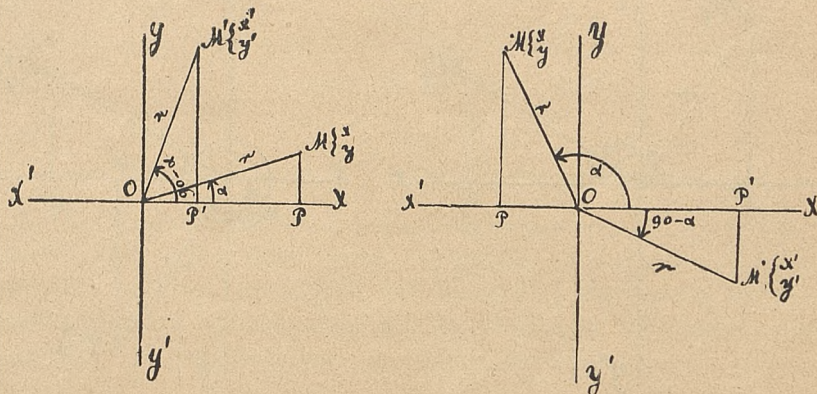
3).  $\sin(360^\circ - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ .



# Związki między funkcjami kątów dopełniających, tj. kątów $\alpha$ i $(90 - \alpha)$ .

§. 10. Wykreślmy kąt  $XOM = \alpha$  i kąt  $XOM' = 90 - \alpha$ . (fig. 6). Promień wodzący dla obu kątów przyjmijmy jednakowy i oznaczmy współrzędne punktu M przez  $x$  i  $y$ , zaś współrzędne punktu M' przez  $x'$  i  $y'$ .

fig. 6.



Z przystawiania trójkątów OMP i OMP', tudzież z uwagi na znaki współrzędnych punktów M i M' wynika, że:  $x' = y$ ,  $y' = x$ .

Że zaś:

$$\sin(90 - \alpha) = \frac{y'}{r} = \frac{x}{r}; \quad \cos(90 - \alpha) = \frac{x'}{r} = \frac{y}{r}; \quad \sin \alpha = \frac{y}{r}; \quad \cos \alpha = \frac{x}{r};$$

$$\begin{array}{l} \text{przeto:} \\ \left. \begin{array}{l} \sin(90 - \alpha) = \cos \alpha \\ \cos(90 - \alpha) = \sin \alpha, \text{ zatem także:} \\ \operatorname{tg}(90 - \alpha) = \operatorname{cotg} \alpha \\ \operatorname{cotg}(90 - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha \\ \sec(90 - \alpha) = \operatorname{cosec} \alpha \\ \operatorname{cosec}(90 - \alpha) = \sec \alpha \end{array} \right\} \dots 10) \end{array}$$

Uwaga: Widzimy z tego, że wstawa, styczna i sieczna dopełnienia kąta danego (kąt dany  $= \alpha$ , dopełnienie kąta danego  $= 90 - \alpha$ ) równa się dostawie, dotycznej i dosiecznej kąta danego, i naodwrot.

Nazwa: dostawa, dotyczna i dosieczna są skröceniami za: dopełnienia wstawa, dopełnienia styczna, dopełnienia sieczna. Podobnie nazwy: *cosinus*, *cotangens*, *cosecans* są skröceniem za: *complementi (dopełnienia) sinus*, *complementi tangens*, *complementi secans*. Również, czasem używana, nazwa: *kofunkcja* jest skröceniem za: *complementi funkcyja*. Kofunkcją wstawy jest dostawa, dostawy wstawa, itd.

Wprowadzając nazwę kofunkcyja, możemy wzory 10) wysłowić w sposób następujący:

**Funkcyja kąta równa się kofunkcyi kąta dopełniającego.**

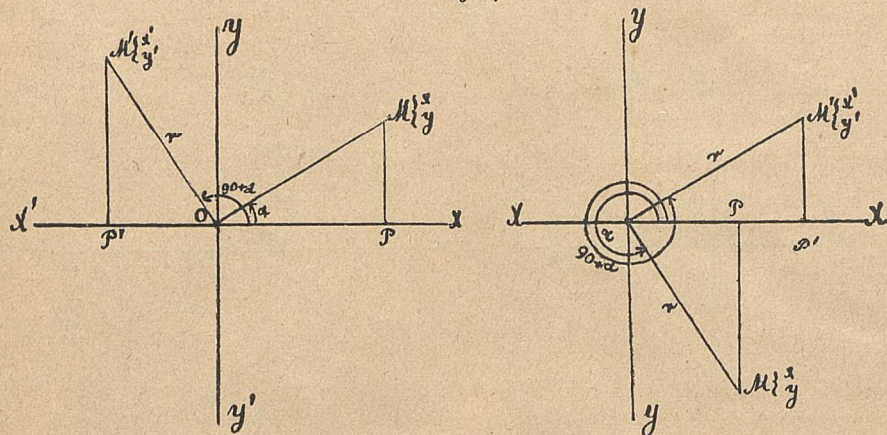
Ćwiczenie: Wyprowadzić wzory 10) w przypadku, gdy  $\alpha$  jest kątem wypukłym.



## Związki między funkejami kątów $\alpha$ i $(90 + \alpha)$ .

§. 11. Wykreślmy kąt  $XOM = \alpha$  i kąt  $XOM' = 90 + \alpha$ . (fig. 7). Promień wodzący dla obu kątów przyjmijmy jednakowy i oznaczmy spólrzędne punktu M przez  $x$  i  $y$ , a spólrzędne punktu M' przez  $x'$  i  $y'$ . Z przystawa-

fig. 7.



nia trójkątów OMP i OM'P' i z uwagi na znaki spólrzędnych punktów M i M' wynika, że  $x' = -y$ ;  $y' = x$ .

Że zaś  $\sin(90 + \alpha) = \frac{y'}{r} = \frac{x}{r}$ ;  $\cos(90 + \alpha) = \frac{x'}{r} = \frac{-y}{r}$ ;  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ ;  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$

przeto:

$$\left. \begin{aligned} \sin(90 + \alpha) &= \cos \alpha \\ \cos(90 + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \operatorname{tg}(90 + \alpha) &= -\operatorname{cotg} \alpha \\ \operatorname{cotg}(90 + \alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \right\} \dots 11)$$

Ćwiczenie. Wyprowadzić wzory 11) w przypadku, gdy  $\alpha$  jest kątem rozwartym i gdy jest wypukłym a mniejszym od  $270^\circ$ .

## Związki między funkejami kątów spełniających, tj. kątów $\alpha$ i $(180 - \alpha)$ .

§. 12. W podobny sposób, jak w poprzedzających paragrafach, dojdziemy do wzorów:

$$\left. \begin{aligned} \sin(180 - \alpha) &= \sin \alpha; & \operatorname{tg}(180 - \alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha \\ \cos(180 - \alpha) &= -\cos \alpha; & \operatorname{cotg}(180 - \alpha) &= -\operatorname{cotg} \alpha \end{aligned} \right\} \dots 12)$$

Ćwiczenie. Wyprowadzić wzory: a)  $\sin(180 + \alpha) = -\sin \alpha$ ; b)  $\sin(360 - \alpha) = -\sin \alpha$ ; c)  $\cos(360 - \alpha) = \cos \alpha$ ; d)  $\operatorname{tg}(180 + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$ ; e)  $\operatorname{cotg}(180 + \alpha) = \operatorname{cotg} \alpha$ .



§. 13. Za pomocą wzorów 9., 10., 11. i 12. tudzież tego, że funkcyja kąta  $n360^\circ + \alpha$ , gdzie  $n$  oznacza liczbę całkowitą, równa się równoimiennej funkcyi kąta  $\alpha$ , możemy funkcyę jakiegokolwiek kąta wyrazić przez funkcyę kąta ostrego, a nawet mniejszego od  $45^\circ$ . Np.:

$$\sin 104^\circ = \sin (90^\circ + 14^\circ) = \cos 14^\circ \quad \text{albo} \quad \sin 104^\circ = \sin (180^\circ - 76^\circ) = \sin 76^\circ = \cos 14^\circ;$$

$$\cos 408^\circ = \cos (360^\circ + 48^\circ) = \cos 48^\circ = \sin 42^\circ;$$

$$\operatorname{tg} 152^\circ = \operatorname{tg} (90^\circ + 62^\circ) = -\operatorname{cotg} 62^\circ = -\operatorname{tg} 28^\circ, \quad \text{albo}$$

$$\operatorname{tg} 152^\circ = \operatorname{tg} (180^\circ - 28^\circ) = -\operatorname{tg} 28^\circ;$$

$$\operatorname{cotg} 253^\circ = \operatorname{cotg} (360^\circ - 107^\circ) = \operatorname{cotg} (-107^\circ) = -\operatorname{cotg} 107^\circ = -\operatorname{cotg} (90^\circ + 17^\circ) = \operatorname{tg} 17^\circ.$$

### Funkcye sumy i różnicy dwóch kątów.

§. 14. Oznaczmy kąty  $x$  i  $\beta$  odpowiednio przez  $\alpha$  i  $\beta$ . (fig. 8 i 9). Ramię  $Ou$  jest wspólne obu kątom. Z punktu  $M$  dowolnie obranego na ramieniu  $Op$  spuścimy prostopadłą  $MP$  na oś  $Ox$  i prostopadłą  $MK$  na oś  $Ou$  i wreszcie z punktu  $K$  prostopadłą  $KL$  na oś  $X'ow$ , tj. wyruszymy spólrzędne dla kątów  $(\alpha + \beta)$  względnie  $(\alpha - \beta)$ , tudzież dla kątów  $\beta$  i  $\alpha$ .

fig 8.

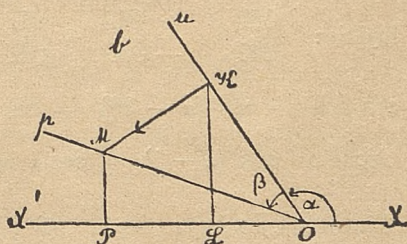
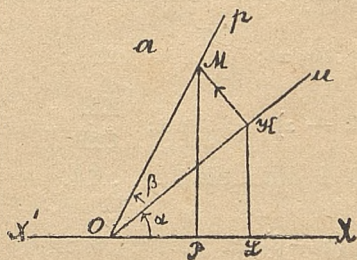


fig 9.

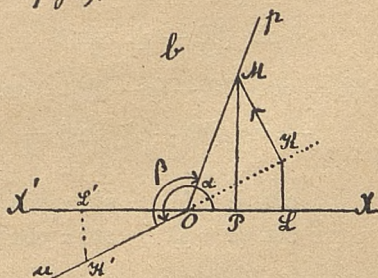
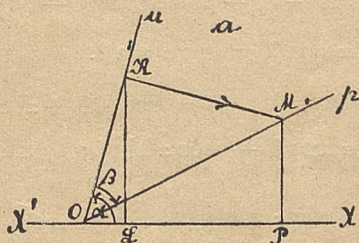


Figura 8) odnosi się do sumy kątów i to: a) gdy oba kąty są ostre, b) gdy  $\alpha$  jest kątem rozwartym,  $\beta$  ostrym; zaś figura 9) odnosi się do różnicy kątów i to: a) gdy oba kąty są ostre, b) gdy  $\alpha$  jest kątem wypukłym,  $\beta$  rozwartym. (Strzałka na odcinku  $KM$  wskazuje dodatni kierunek).



Dla figury 8) będzie:

$$\cos (z + \beta) = \frac{OP}{OM} = \frac{OL + LP}{OM} = \frac{OL}{OM} + \frac{LP}{OM} = \frac{OL}{OK} \cdot \frac{OK}{OM} + \frac{LP}{KM} \cdot \frac{KM}{OM}$$

$$\text{że zaś: } \frac{OL}{OK} = \cos \alpha, \quad \frac{OK}{OM} = \cos \beta, \quad \frac{KM}{OM} = \sin \beta;$$

zaś stósownie do uwagi w §. 4.

$$\frac{KP}{KM} = \cos (xl)$$

Kąt (xl) zawarty między dodatnimi kierunkami osi x i rzędnej (odcinka)  $KM = l$  równa się:  $90 + \alpha$ .

$$\text{zatem } \frac{LP}{KM} = \cos (xl) = \cos (90 + \alpha) = - \sin \alpha$$

$$\text{przeto: } \cos (z + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \dots 13).$$

Dla figury 9) będzie:

$$\cos (z - \beta) = \frac{OP}{OM} = \frac{OL + LP}{OM} = \frac{OL}{OM} + \frac{LP}{OM} = \frac{OL}{OK} \cdot \frac{OK}{OM} + \frac{LP}{KM} \cdot \frac{KM}{OM},$$

że zaś  $\frac{OL}{OK} = \cos \alpha$  (w fig. b), w której prosta MK przecina oś u po stronie ujemnej, obierając punkty  $L'$  i  $K'$  tak, by  $OL' = - OL$ ,  $OK' = - OK$ ,

$$\text{będzie: } \frac{OL}{OK} = \frac{- OL'}{- OK'} = \frac{OL'}{OK'} = \cos \alpha; \quad \frac{OK}{OM} = \cos \beta;$$

$$\frac{LP}{KM} = - \cos (xl) = \cos (\alpha - 90) = \cos (90 - \alpha) = \sin \alpha; \quad \frac{KM}{OM} = \sin \beta;$$

$$\text{przeto } \cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \dots 14.$$

§. 15. Jeżeli funkeye  $\sin (\alpha + \beta)$  i  $\sin (\alpha - \beta)$  za pomocą wzorów 10.) przemienimy na funkeye *cosinus*, a następnie do nich zastosujemy wzory 12) i 13), otrzymamy:

$$\sin (\alpha + \beta) = \cos \{90 - (\alpha + \beta)\} = \cos \{(90 - \alpha) - \beta\} = \cos (90 - \alpha) \cos \beta + \sin (90 - \alpha) \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta.$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \cos \{90 - (\alpha - \beta)\} = \cos \{(90 - \alpha) + \beta\} = \cos (90 - \alpha) \cos \beta - \sin (90 - \alpha) \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta;$$

zatem

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \dots 15)$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \dots 16)$$

§. 16. Z ostatnich czterech wzorów wynika, że:



$$\cotg(\alpha \pm \beta) = \frac{\cos(\alpha \pm \beta)}{\sin(\alpha \pm \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta}$$

dzieląc zaś liczniki i mianowniki ostatnich ułamków w pierwszym równaniu przez  $\cos \alpha \cos \beta$ , a w drugim przez  $\sin \alpha \sin \beta$ , otrzymamy:

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \quad \cotg(\alpha \pm \beta) = \frac{\cotg \alpha \cotg \beta \mp 1}{\cotg \beta \mp \cotg \alpha}$$

Uwaga. Za pomocą wzorów 13.) 14.) 15.) i 16.) możemy tak samo, jak za pomocą wzorów 9—11. (patrz §. 13.) funkcję jakiegokolwiek kąta wyrazić przez funkcję kąta ostrego. Np.

$$\sin 104^\circ = \sin(90^\circ + 14^\circ) = \sin 90^\circ \cos 14^\circ + \cos 90^\circ \sin 14^\circ = \cos 14^\circ$$

(bo  $\sin 90^\circ = 1$ ,  $\cos 90^\circ = 0$ )

$$\begin{aligned} \cotg 253^\circ &= \frac{\cos 253^\circ}{\sin 253^\circ} = \frac{\cos(270^\circ - 17^\circ)}{\sin(270^\circ - 17^\circ)} = \frac{\cos 270^\circ \cos 17^\circ + \sin 270^\circ \sin 17^\circ}{\sin 270^\circ \cos 17^\circ - \cos 270^\circ \sin 17^\circ} \\ &= \frac{-\sin 17^\circ}{-\cos 17^\circ} = \operatorname{tg} 17^\circ \quad (\text{bo } \sin 270^\circ = -1, \cos 270^\circ = 0). \end{aligned}$$

§. 17. Jeżeli we wzorach 12.) i 14.) położymy  $\beta = \alpha$ , otrzymamy:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \dots 17)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \dots 18)$$

Za pomocą tych równań oblicza się funkcję kąta podwójnego, znając funkcję kąta pojedynczego.

§. 18. Jeżeli równania 6.) i 18.) kładąc w nich  $\frac{\alpha}{2}$  za  $\alpha$  tj. równania:

$$1 = \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad \text{i} \quad \cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad \text{dodamy do siebie,}$$

a następnie odejmiemy, otrzymamy:

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

skąd znowu wypadną równania:

$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}; \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \\ \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}; \quad \cotg \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} \end{aligned} \right\} \dots 19)$$

Za pomocą tych równań możemy, znając dostawę kąta, obliczyć funkcje goniometryczne połowy tego kąta.

Gdy  $\alpha$  leży między  $0^\circ$  i  $180^\circ$ , wtenczas wszystkie funkcje kąta  $\frac{\alpha}{2}$  są dodatnie, gdy zaś  $\alpha$  leży między  $180^\circ$  i  $360^\circ$ , wtenczas  $\sin \frac{\alpha}{2}$  jest dodatnie, a  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$  i  $\cotg \frac{\alpha}{2}$  są ujemne.



# Zamiana sum i różnic funkeyi goniometrycznych na iloczyn.

§. 19. Z pomocą równań 12), 13), 14) i 15) możemy sumę i różnicę funkeyi goniometrycznych zamienić na iloczyn.

a) Gdy idzie o zamianę na iloczyny wyrażeń:

$$\sin \alpha + \sin \beta, \quad \sin \alpha - \sin \beta, \quad \cos \alpha + \cos \beta, \quad \cos \alpha - \cos \beta;$$

połóżmy:  $\alpha = x + y$ ,  $\beta = x - y$ , następnie każdą z funkeyi rozwińmy według podanych wzorów, a w końcu po wykonaniu redukcji, podstawmy wartości za  $x$  i za  $y$ , mianowicie (ponieważ:  $\alpha + \beta = 2x$ ,  $\alpha - \beta = 2y$ ):

$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad y = \frac{\alpha - \beta}{2}, \text{ a otrzymamy:}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= \sin(x + y) + \sin(x - y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y + \\ &+ \sin x \cos y - \cos x \sin y = 2 \sin x \cos y = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \end{aligned}$$

itd. W ten sposób dochodzimy do wzorów:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \dots 20)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \dots 21)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \dots 22)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \dots 23)$$

b) Przyjmując  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ , otrzymamy w tym przypadku:

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} + \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} + \\ &+ 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \left\{ \cos \frac{\alpha - \beta}{2} + \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \right\} = \\ &= 4 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{2x}{4} \cdot \cos \frac{-2\beta}{4} = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\beta}{2} + \cos \frac{\gamma}{2} &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{4} \cos \frac{\alpha - \beta}{4} + \sin \frac{\alpha + \beta}{2} = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{4} \left\{ \cos \frac{\alpha - \beta}{4} + \right. \\ &+ \left. \sin \frac{\alpha + \beta}{4} \right\} = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{4} \left\{ \cos \frac{\alpha - \beta}{4} + \cos \frac{360 - \alpha - \beta}{4} \right\} = \\ &= 4 \cos \frac{\alpha + \beta}{4} \cos \frac{360 - 2\beta}{8} \cos \frac{-360 + 2x}{8} = \\ &= 4 \cos \frac{\alpha + \beta}{4} \cos \frac{180 - \beta}{4} \cos \frac{180 - x}{4} = 4 \cos \frac{\alpha + \beta}{4} \cos \frac{\alpha + \gamma}{4} \cos \frac{\beta + \gamma}{4}. \end{aligned}$$



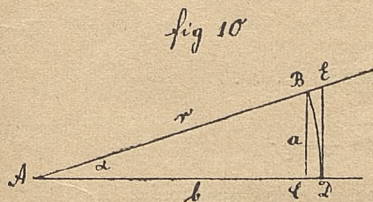
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} - \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos (\alpha + \beta)} = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos (\alpha + \beta)} - \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos (\alpha + \beta)} = \\ &= \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta \cos (\alpha + \beta)} \{ \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta \} = \\ &= - \operatorname{tg} (\alpha + \beta) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2} &= \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}} = \\ &= \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}} \left\{ \cos \frac{\alpha + \beta}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \right\} = \\ &= \frac{\cos \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}} \left\{ \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \right\} = \\ &= \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}. \end{aligned}$$

## Obliczenie wartości funkcyi goniometrycznych.

§. 20. Obliczmy najpierw wstawę kąta bardzo małego, zatem  $\sin 1'$  i wstawy kątów mniejszych od  $1'$ .

Z punktu B gdziekolwiek obranego na jednym ramieniu kąta (fig. 10) spuścimy prostopadłą BC na drugie ramie i równocześnie z wierzchołka tego kąta zakreślimy łuk BD.



Z trójkąta prostokątnego ABC, którego boki są:  $a$ ,  $b$ ,  $r$  wypada:

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{r},$$

że zaś kąt  $\alpha$  jest bardzo małym, przeto prostopadła BC tylko bardzo mało różni się od łuku  $BD = l$ , tak że położyć można:

$$\sin \alpha = \frac{l}{r}$$

kładąc zaś za  $l$  wartość z równania:  $l : 2r\pi = a : 360^\circ$ , otrzymamy:

$$\sin \alpha = \frac{\pi \alpha}{180^\circ} = \operatorname{arc} \alpha$$

zatem:



$$\sin 1' = \frac{\pi \cdot 1'}{180^0} = \frac{\pi \cdot 1'}{180 \cdot 60'} = \frac{\pi}{10800} = 0.000290882 \dots$$

$$\sin 1'' = \frac{\pi \cdot 1''}{180^0} = \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{\sin 1'}{60} = 0.0000048481 \dots$$

$$\sin 2'' = \frac{\pi \cdot 2''}{180^0} = 2 \sin 1''$$

$$\sin 3'' = 3 \sin 1''$$

itd.

U w a g a. Zobaczymy jaki błąd popełniamy, jeżeli przy kącie bardzo małym zastąpimy  $a$  przez  $l$ , czyli, jeżeli przyjmiemy:

$$\sin \alpha = \frac{\pi \alpha}{180^0} = \text{arc } \alpha.$$

Ponieważ  $\widehat{BD} < DE$  (co się okazuje z uwagi, że wycinek ABD ma mniejszą powierzchnię, aniżeli trójkąt ABE, tj.  $\frac{r \cdot \widehat{BD}}{2} < \frac{r \cdot DE}{2}$ ), zatem  $\frac{\widehat{BD}}{r} < \frac{DE}{r}$ , czyli

$$\text{arc } \alpha < \text{tg } \alpha.$$

Kładąc w tej nierówności  $\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ , otrzymamy:

$$\text{arc } \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} < \sin \alpha.$$

Że zaś  $1 - \sin^2 \alpha < 1$ , przeto  $1 - \sin^2 \alpha < \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ , zatem:

$$\text{arc } \alpha (1 - \sin^2 \alpha) < \sin \alpha.$$

A że  $a < l$ , skąd  $\frac{a}{r} < \frac{l}{r}$  czyli  $\sin \alpha < \text{arc } \alpha$ , więc także:

$$\text{arc } \alpha (1 - \text{arc}^2 \alpha) < \sin \alpha;$$

$$\text{czyli:} \quad \text{arc } \alpha - \sin \alpha < \text{arc}^3 \alpha$$

$$\text{przeto:} \quad \text{arc } 1' - \sin 1' < \text{arc}^3 1'$$

$$\text{ale:} \quad \text{arc } 1' = 0.0002908 \dots$$

$$\text{arc }^3 1' = 0.000000000024 \dots$$

Zatem, jeżeli przyjmiemy:

$$\sin 1' = \frac{\pi \cdot 1'}{180^0} = 0.0002908 \dots$$

wtenczas popełniony błąd, który jeśli mniejszy od  $\frac{25}{10^{12}}$ .

Błąd taki w praktycznym rachunku nie ma żadnego znaczenia.

§. 21. Znając funkcyę  $1'$ , znajdziemy funkcyę  $2'$ ,  $3'$ ,  $4'$  ... stósując wzór 12) i tak:

$$\sin 2' = 2 \sin 1' \cos 1'$$

$$\sin 3' = \sin (2' + 1') = \sin 2' \cos 1' + \cos 2' \sin 1'$$

itd.



Funkeye należy obliczyć tylko do  $45^\circ$ , albowiem funkeyę jakiegokolwiek kąta, możemy wyrazić przez funkeyę kąta mniejszego od  $45^\circ$ .

Funkeye goniometryczne są w ogólności liczbami niewymiernymi. Tylko dla niektórych kątów, funkeye i to nie wszystkie są liczbami wymiernymi, jak np. dla kąta  $30^\circ$  funkeye: *sinus* i *cosicans*, albo dla kąta  $45^\circ$ : *tangens* i *cotangens*, lub dla kąta  $60^\circ$ : *cosinus* i *secans*.

## Tablice logarytmów funkeyi trygonometrycznych.

§. 22. Ponieważ rachunki liczebne przy użyciu logarytmów bardzo się upraszczają, przeto w praktyce używamy logarytmów funkeyj trygonometrycznych, zamiast samych funkeyj. Stąd też w tablicach trygonometrycznych podane są logarytmy funkeyi kątów od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  i to funkeyi: *sinus*, *cosinus*, *tangens* i *cotangens*. Funkeyi *secans* i *cosecans* w rachunku się nie używa.

Za pomocą takich tablic możemy:

a) Znaleść logarytm pewnej funkeyi trygonometrycznej, odpowiadający danemu kątowi (mniejszemu od  $90^\circ$ ).

b) Znaleść kąt, odpowiadający danemu logarytmowi pewnej funkeyi trygonometrycznej.

Ponieważ wstawa i dostawa kątów od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ , styczną od  $0^\circ$  do  $45^\circ$ , a dotycząca od  $45^\circ$  do  $90^\circ$  są mniejsze od jedności, przeto logarytmy tych funkeyj dla kątów tu podanych są ujemne. Dla dogodności, logarytmy wszystkich tych kątów sprowadzone są do cechy:  $(-10)$ , a w tablicach Adama (o których niżej mówić będziemy), także i logarytmy styczney dla kątów większych od  $45^\circ$  i logarytmy dotyczącej dla kątów mniejszych od  $45^\circ$ . Cecha ta:  $(-10)$  w tablicach podana nie jest, więc przy szukaniu logarytmów pamiętać o niej należy.

Tablice Adama są pięciocyfrowe i obejmują logarytmy funkeyi: *sinus*, *cosinus*, *secans* i *cosecans* kątów rosnących co każdą minutę od:  $0^\circ$  do  $2^\circ$  i od:  $88^\circ$  do  $90^\circ$ , a co każde dwie minuty od:  $2^\circ$  do  $88^\circ$ .

Przy kącie mniejszym od  $45^\circ$ , stopnie podane są u góry, a minuty z lewej strony; zaś przy kącie większym od  $45^\circ$  stopnie u dołu, a minuty z prawej strony. Przy pierwszym kącie nazwa logarytmu funkeyi podana jest u góry, przy drugim u dołu w czterech kolumnach (*log sin*, *log cos*, *log tg*, *log cotg*). Jakakolwiek liczba w jednej z tych kolumn jest logarytmem funkeyi wypisanej u góry tejże kolumny dla kąta, którego stopnie są u góry, a minuty na tym samym wierszu z lewej strony, a także jest logarytmem funkeyi wypisanej u dołu tejże kolumny dla kąta, którego stopnie są u dołu, a minuty na tym samym wierszu z prawej strony.

I tak np. na str. 51 znajdziemy, że:

a)  $\log \cotg 78^\circ 16' = 9.31743 - 10$ ;

b) w kolumnie zaznaczonej u góry przez: *log cos*, a u dołu przez: *log sin*  
liczba  $9.99135 - 10$

przedstawia:  $\log \cos 11^\circ 24'$ , tudzież:  $\log \sin 78^\circ 36'$ .



W tablicach tych podane są nadto logarytmy funkcyi: sinus i tangens kątów mniejszych od  $6'$ , a rosnących co każdą sekundę, tudzież logarytmy funkcyi: cosinus i cotangens kątów większych od  $89^{\circ} 54'$ , także rosnących co sekundę. Dla pierwszych kątów  $\log \sin$  i  $\log \operatorname{tg}$  są między sobą równe; dla drugich  $\log \cos$  i  $\log \operatorname{cotg}$ .

Możemy teraz rozwiązać dwa zadania, podane na początku tego paragrafu.

Zadanie 1.

**Znaleść logarytm pewnej funkcyi trygonometrycznej, odpowiadającej danemu kątowi.**

Gdy kąt jest mniejszy od  $45^{\circ}$ , to stopni i nazwy logarytmu funkcyi szukamy u góry, a minut z lewej strony; gdy zaś kąt jest większy od  $45^{\circ}$ , to stopni i nazwy logarytmu funkcyi szukamy u dołu, a minut z prawej strony.

Jeżeli dany kąt znajduje się dokładnie w tablicach (gdy zawiera: stopnie i parzystą ilość minut, a przy kącie mniejszym od  $2^{\circ}$  lub większym od  $88^{\circ}$ : stopnie i minuty) wtenczas odpowiadający logarytm wypisujemy wprost z tablic, według skazówki podanej wyżej w tym paragrafie.

Jeżeli zaś dany kąt nie znajduje się dokładnie w tablicach (gdy zawiera nieparzystą ilość minut przy kącie większym od  $2^{\circ}$  a mniejszym od  $88^{\circ}$ , albo gdy zawiera jeszcze i sekundy), wtenczas wypisujemy z tablic logarytm dla kąta bezpośrednio mniejszego a znajdującego się w tablicach, następnie dla pozostałych sekund lub też minut i sekund robimy poprawkę i tę (z opuszczeniem cyfer dziesiętnych) do znalezionej już logarytmu dodajemy przy funkcyach, które ze wzrostem kąta rosną tj. przy wstawie i stycznej, a od znalezionej logarytmu odejmujemy przy funkcyach, które ze wzrostem kąta maleją tj. przy dostawie i dotychczasowej.

Poprawkę, którą nazwijmy  $x$ , znajdziemy w ten sposób. Przypuśćmy, że do  $1''$  należy różnica logarytmów  $d$  (różnica ta podana jest w kolumnie: D.  $1''$  i znajduje się między kątem bezpośrednio mniejszym i bezpośrednio większym od danego), zaś do pozostałych  $\alpha''$  różnica  $x$ , tj.

$$1'' \dots\dots d$$

$$\alpha'' \dots\dots x$$

to oczywiście poprawka  $x = d \alpha$ , co zresztą wypada z proporcji:  $x : d = \alpha : 1$ .

Kolumna oznaczona przez: c. d.  $1''$  podaje wspólne różnice dla  $\log \operatorname{tg}$  i  $\log \operatorname{cotg}$ .

Przykład:

Dany jest kąt  $78^{\circ} 13' 27''$ ; znaleźć:  $\log \sin$ ,  $\log \cos$ ,  $\log \operatorname{tg}$  i  $\log \operatorname{cotg}$  tego kąta.

a)  $\log \sin 78^{\circ} 12' = 9.99072 - 10$ .

D.  $1'' = 0.05$ ; zatem poprawka dla  $1' 27''$  czyli dla  $87''$  jest  $= 87.0 05 = 4.35$  czyli  $= 4$ ; poprawkę tę należy dodać, zatem:

$$\log \sin 78^{\circ} 13' 27'' = 9.99076 - 10.$$

b)  $\log \cos 78^{\circ} 12' = 9.31068 - 10$ .

D.  $1'' = 1.01$ ; poprawka dla  $87''$  jest  $87.1 01 = 87.78 = 88$ ; poprawkę tę należy odjąć, zatem:

$$\log \cos 78^{\circ} 13' 27'' = 9.30980 - 10.$$



Zwyczajnie logarytm funkcyi kąta bezpośrednio mniejszego pisze się na boku i tam też oblicza się poprawkę.

$$c) \log \operatorname{tg} 78^{\circ} 13' 27'' = 10.68095 - 10 \quad \left. \begin{array}{r} 68004 \\ 91 \end{array} \right\} +$$

$$\begin{array}{r} D. 1'' \dots 1.05 \\ 1.05.87 = 91.35 = 91 \end{array}$$

$$d) \log \operatorname{ctg} 78^{\circ} 13' 27'' = 9.31905 - 10 \quad \left. \begin{array}{r} 31996 \\ 91 \end{array} \right\} -$$

$$\begin{array}{r} 1'' = 1.05 \\ 87'' \dots x \\ x : 1.05 = 87 : 1 \\ x = 87.105 = 91 \end{array}$$

Zadanie 2.

**Znaleść kąt, odpowiadający danemu logarytmowi pewnej funkcyi trygonometrycznej.**

Jeżeli logarytm funkcyi znajduje się dokładnie w tablicach, wtenczas stopnie wypisujemy z góry, a minuty z tego samego wiersza z lewej strony, albo stopnie z dołu a minuty z prawej strony podług tego, czy nazwa funkcyi jest u góry kolumny, czy też u dołu.

Jeżeli zaś logarytm funkcyi nie znajduje się dokładnie w tablicach, wtenczas dla logarytmu bezpośrednio mniejszego wypisujemy odpowiedni kąt, a następnie robimy poprawkę i tę do wypisanego już kąta przy wstawie i stycznej dodajemy, a przy dostawie i dotycznej odejmujemy.

Poprawkę robi się w ten sposób. Niech  $d$  oznacza różnicę logarytmów należącą do  $1''$ , zaś  $r$  różnicę między danym logarytmem, a logarytmem bezpośrednio mniejszym znajdującym się w tablicach, należącą do  $x''$ , tj.

$$\begin{array}{l} d \dots 1'' \\ r \dots x'' \end{array}$$

to oczywiście poprawka  $x = \frac{r}{d}$ , co zresztą wypada z proporeyi:  $x:1 = r:d$

Przykłady:

a)  $\log \sin z = 9.83881 - 10.$

Bezpośrednio mniejszy logarytm jest  $9.83861 - 10$ ; do niego należy kąt  $43^{\circ} 36'$ ; różnica między danym logarytmem, a bezpośrednio mniejszym jest  $20$ , a różnica dla  $1''$  jest  $0.22$ , więc poprawka  $= 20 : 0.22 = 90.9'' = 91'' = 1.31''$ . Poprawkę tę należy dodać, zatem:

$$\alpha = 43^{\circ} 37' 31''$$

Zwyczajnie pisze się tak:

$$\log \sin \alpha = 9.83881 - 10$$

$$\begin{array}{r} 861 \\ \hline \text{poprawka} = 20 : 0.22 = 90.9'' = 1' 31'' \end{array} \quad \begin{array}{r} 1'' \dots 0.22 \\ x'' \dots 20 \\ \hline x : 1 = 20 : 0.22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha = 43^{\circ} 36' \\ + \quad 1' 31'' \\ \hline \alpha = 43^{\circ} 37' 31'' \end{array}$$



$$\text{b) } \log \operatorname{cotg} \alpha = 9.68167 - 10$$

[illegible]

§. 23. Rozwiążmy jeszcze dwa następujące ćwiczenia.

**Ćwiczenie 1.** Dany jest kąt, znaleźć wartość funkcji trygonometrycznej, odpowiadającą temu kątowi.

Gdy kąt jest mniejszy od  $90^\circ$ , wtenczas szukamy najpierw logarytmu funkcji tego kąta, a następnie liczby odpowiadającej temu logarytmowi; liczba ta będzie szukana funkcya.

Gdy kąt jest większy od  $90^\circ$ , wtenczas funkcję tego kąta wyrażamy najpierw przez funkcję kąta mniejszego od  $90^\circ$ , a potem postępujemy jak wyżej.

Przykłady:

a) Obliczyć:  $\operatorname{tg} 25^{\circ} 13' 26''$

$$\log \operatorname{tg} 25^{\circ} 13' 26'' = 9.67308 - 10$$

$$\operatorname{tg} 25^{\circ} 13' 26'' = \operatorname{num} \log 0.67308 - 1 = 0.47107$$

b) Obliczyć:  $\cos 153^{\circ} 12'$

$$\cos 153^{\circ} 12' = \cos (180^{\circ} - 26^{\circ} 48') = -\cos 26^{\circ} 48'$$

$$\log \cos 26^{\circ} 48' = 9.95065 - 10$$

$$\cos 26^0 48' = \text{num log } 0.95065 - 1 = 0.89258$$

przeto :

$$\cos 153^{\circ} 12' = -0.89258.$$

**Ćwiczenie 2.** Znaleźć kąt należący do pewnej funkcji trygonometrycznej.

Do każdej funkcji należą dwa kąty mniejsze od  $360^\circ$ . Najczęściej idzie nam tylko o kąty wklęsłe.

a) Gdy funkcja jest dodatnią, wtenczas z dwóch do niej należących kątów jeden jest ostry, drugi większy od  $90^{\circ}$ . Ten drugi kąt przy funkcji sinus jest wklęsłym i razem z pierwszym czyni  $180^{\circ}$ , zaś przy pozostałych funkcjach (cosinus, tangens i cotangens) jest wypukłym i leży przy cosinuse w ćwiartce IV, a przy tangensie i cotangensie w ćwiartce III.

Kat ostry wyznajdziemy, logarytmując daną funkcję.

Drugi kąt wkłesły, należący do funkcji sinus obliczymy, odejmując pierwszy kąt od  $180^\circ$ , stosownie do wzoru:

$$\sin (180 - \alpha) = \sin \alpha.$$

Kąt wypukły należący do pozostałych funkcji znajdziemy, opierając się na wzorach:

$$\cos (360 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} (180 + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\cotg(180 + \alpha) = \cotg \alpha.$$



b) Gdy funkcja jest ujemną, wtenczas oba do niej należące kąty są większe od  $90^\circ$ .

Przy sinusie oba są wypukłe (jeden w ćwiartce III, drugi w IV); przy cosinusie jeden jest wklęsły (w ćwiartce II), drugi wypukły (w ćwiartce III); przy tangensie i cotangensie jeden jest wklęsły (w ćwiartce II), drugi wypukły (w ćwiartce IV).

Ponieważ zaś:

$$\cos (180 - \alpha) = - \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} (180 - \alpha) = - \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{cotg}(180 - \alpha) = - \operatorname{cotg} \alpha$$

przeto funkcje:  $(\cos 180 - \alpha)$ ,  $\operatorname{tg} (180 - \alpha)$ ,  $\operatorname{cotg}(180 - \alpha)$  będą dodatnie; z nich też wyznajdziemy kąt ostry:  $180 - \alpha$ , poczem także i kąt rozwarty:  $\alpha$ .

Kąt wypukły odpowiadający tym funkcjom znajdziemy ze wzorów w a) podanych.

Do ujemnej wartości funkcji sinus należące kąty wypukłe znajdziemy, opierając się na wzorze:

$$\sin (360 - \alpha) = - \sin \alpha$$

bo wtenczas funkcja  $\sin (360 - \alpha)$  będzie miała wartość dodatnią; z niej wyszukamy dwa kąty wklęsłe, mianowicie:  $360 - \alpha_1$  i  $360 - \alpha_2 = 180 - (360 - \alpha_1)$ , poczem także i kąty wypukłe  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ .

Uwaga. Ponieważ funkcja kąta  $n(360^\circ + \alpha)$ , gdzie  $n$  oznacza liczbę całkowitą, równa się równoimiennej funkcji kąta  $\alpha$ , przeto gdy kąt  $\alpha$  odpowiada pewnej funkcji, wtenczas odpowiada jej także i kąt:  $n(360^\circ + \alpha)$ . Ogólna więc wartość należąca do pewnej funkcji jest:  $\alpha + n \cdot 360^\circ$ .

### Przykład 1.

$$\sin \alpha = 0.3872$$

$$\log \sin \alpha = \log 0.3872 = 9.58794 - 10$$

$$\text{skąd: } \alpha_1 = 22^\circ 46' 50''$$

$$\alpha_2 = 180 - \alpha_1 = 157^\circ 13' 10''$$

$$\text{zatem ogólna wartość jest: } \alpha = 22^\circ 46' 50'' + n \cdot 360^\circ \text{ i } \alpha = 157^\circ 13' 10'' + n \cdot 360^\circ.$$

### Przykład 2.

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{50}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log 1 = 10.00000 - 10 \\ \frac{1}{3} \log 50 = 0.56632 \end{array} \right\}$$

$$\log \cos \alpha = 9.43368 - 10$$

$$\text{skąd: } \alpha_1 = 74^\circ 14' 59''$$

$$\text{drugi kąt do tej funkcji należący jest wypukły i równa się } 360 - \alpha_1 = 285^\circ 45' 1''.$$

$$\text{Ogólna wartość jest: } \alpha = 74^\circ 14' 59'' + n \cdot 360^\circ \text{ i } \alpha = 285^\circ 45' 1'' + n \cdot 360^\circ.$$



**Przykład 3.**

$$\sin \alpha = - 0.3872$$

przeto  $\sin (360 - \alpha) = 0.3872$

$$\log \sin (360 - \alpha) = 9.58794 - 10$$

$$\text{skąd } 360 - \alpha_1 = 22^\circ 46' 50''$$

$$360 - \alpha_2 = 157^\circ 13' 10''$$

$$\text{zatem } \alpha_1 = 337^\circ 13' 10'', \quad \alpha_2 = 202^\circ 46' 50''$$

więc ogólna wartość  $\alpha = 337^\circ 13' 10'' + n. 360^\circ$  i  $\alpha = 202^\circ 46' 50'' + n. 360^\circ$ .

**Przykład 4.**

$$\operatorname{tg} \alpha = - 7.35$$

przeto  $\operatorname{tg} (180 - \alpha) = 7.35$

$$\log \operatorname{tg} (180 - \alpha) = 10.86629 - 10$$

$$\text{skąd } 180 - \alpha_1 = 82^\circ 15' 8''$$

$$\text{zatem } \alpha_1 = 97^\circ 44' 52''$$

drugi kąt do tej funkcji należący jest wypukły i równa się:  $180 + \alpha_1 = 277^\circ 44' 52''$ .

Ogólna wartość:  $\alpha = 97^\circ 44' 52'' + n. 360^\circ$  i  $\alpha = 277^\circ 44' 52'' + n. 360^\circ$ .

Uwaga. W tablicach Adama podane są wartości wstawy, dostawy, stycznej i dotyczącej dla kątów od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ .

---

## Równania goniometryczne.

§. 24. Równanie przestępne, zawierające różne funkcje niewiadomego kąta, nazywa się równaniem goniometrycznym.

Chcąc rozwiązać takie równanie, przerabia się je w ten sposób, aby zawierało tylko jedną funkcję i tę się następnie wyznacza.

Przykłady:

**1) Jakie kąty czynią zadość równaniu:**

$$2 \sin x = 3 \cos x.$$

Dzieląc to równanie przez  $2 \cos x$ , otrzymamy:

$$\operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$$

$$\log \operatorname{tg} x = 10.17609 - 10$$

$$\text{skąd } x_1 = 56^\circ 18' 35'' \quad \text{i} \quad x_2 = 180^\circ + x_1$$

$$\text{ogólna wartość: } x = x_1 + 360^\circ n \quad \text{i} \quad x = x_2 + 360^\circ n$$

**2) Jakie kąty czynią zadość równaniu:**

$$\operatorname{tg}^2 x + 4 \cos^2 x = 3.$$

Wyrażając  $\cos^2 x$  przez  $\operatorname{tg}^2 x$ , otrzymamy:

$$\operatorname{tg}^4 x - 2 \operatorname{tg}^2 x = -1$$

$$\operatorname{tg}^2 x = 1 \pm \sqrt{1-1} = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \pm 1.$$



Wartości:  $\operatorname{tg} x = +1$  odpowiadają kąty:  $45^0$  i  $225^0$ , zaś wartości:  $\operatorname{tg} x = -1$  kąty  $135^0$  i  $315^0$ ,

przeto:  $x = 45^0 + m \cdot 90^0 + n \cdot 360^0$ .

Za  $m$  można położyć: 0, 1, 2, 3, zaś za  $n$  jakąkolwiek liczbę całkowitą.

### 3) Jakie kąty wklęsłe, należą do równania :

$$4 \sin x - 3 \cos x = 2.$$

Wyrażając  $\cos x$  przez  $\sin x$ , otrzymamy:

$$4 \sin x - 3 \sqrt{1 - \sin^2 x} = 2$$

$$3 \sqrt{1 - \sin^2 x} = 4 \sin x - 2$$

$$\sin^2 x - \frac{16}{25} \sin x = \frac{5}{25}$$

$$\sin x = \frac{8}{25} \pm \frac{\sqrt{189}}{25} = 0.32 \pm 0.54991.$$

Aby mieć kąty wklęsłe, należy wziąć tylko znak  $+$ , zatem

$$\sin x = 0.86991$$

$$\log \sin x = \log 0.86991 = 9.93947 - 10$$

$$x_1 = 60^0 26' 50''$$

$$x_2 = 119^0 33' 10''.$$

Z tych dwóch pierwiastków (należących do równania:  $\sin^2 x - \frac{16}{25} \sin x = \frac{5}{25}$ )

tylko pierwszy jest pierwiastkiem danego równania ( $4 \sin x - 3 \cos x = 2$ ); drugi zaś jest pierwiastkiem następującego równania:  $4 \sin x + 3 \cos x = 2$ .

Dane równanie można jeszcze rozwiązać wprowadzając funkcję kąta pomocniczego.

Mianowicie:

$$4 \sin x - 3 \cos x = 2$$

$$\sin x - \frac{3}{4} \cos x = \frac{1}{2}$$

Przyjmując kąt  $\gamma$  taki, by było:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{3}{4} \quad \text{skąd} \quad \gamma = 36^0, 52' 11'', \quad \text{otrzyma się:}$$

$$\sin x - \operatorname{tg} \gamma \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x \cos \gamma - \sin \gamma \cos x = \frac{1}{2} \cos \gamma$$

$$\sin (x - \gamma) = \frac{1}{2} \cos \gamma$$

$$\sin (x - 36^0 52' 11'') = \frac{1}{2} \cos 36^0 52' 11''$$

$$\log \cos 36^0 52' 11'' = 9.90309 - 10$$

$$\log 2 = 0.30103$$

---


$$\log \sin (x - 36^0 52' 11'') = 9.60206 - 10$$

$$x - 36^0 52' 11'' = 23^0 34' 41''$$

$$x = 60^0 26' 52'' \quad (60^0 26' 50'')$$



Uwaga. Rozwiązując w ten sam sposób równanie:  $4 \sin x + 3 \cos x = 2$ , otrzymamy:  $x = 119^{\circ} 33' 10''$ .

4) Znaleźć kąty wklęsłe i wypukłe należące do równania:

$$4 \sin (18^{\circ} 36' + x) = 7 \cos (24^{\circ} 20' + x)$$

Tu będzie:

$$4 \sin 18^{\circ} 36' \cos x + 4 \cos 18^{\circ} 36' \sin x = 7 \cos 24^{\circ} 20' \cos x - 7 \sin 24^{\circ} 20' \sin x$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{7 \cos 24^{\circ} 20' - 4 \sin 18^{\circ} 36'}{7 \sin 24^{\circ} 20' + 4 \cos 18^{\circ} 36'}$$

$$\log \sin 24^{\circ} 20' = 9.61494 - 10; \quad \sin 24^{\circ} 20' = 0.41204$$

$$\log \cos 24^{\circ} 20' = 9.95960 - 10; \quad \cos 24^{\circ} 20' = 0.91118$$

$$\log \sin 18^{\circ} 36' = 9.50374 - 10; \quad \sin 18^{\circ} 37' = 0.31896$$

$$\log \cos 18^{\circ} 36' = 9.97670 - 10; \quad \cos 18^{\circ} 36' = 0.94778$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{5.1024}{6.6754}$$

$$\log \operatorname{tg} x = 9.88330 - 10$$

$$x_1 = 37^{\circ} 23' 35''$$

$$x_2 = 217^{\circ} 23' 35''$$

$$5) \begin{cases} x + y = 154^{\circ} 52' \\ \sin x + \sin y = 0.8 \end{cases}$$

Ponieważ:  $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ , będzie:

$$\cos \frac{x-y}{2} = \frac{0.4}{\sin 77^{\circ} 26'}$$

$$\log \cos \frac{x-y}{2} = 9.61259 - 10$$

$$\text{skąd: } \frac{x-y}{2} = 65^{\circ} 48' 24''$$

$$\text{że zaś: } \frac{x+y}{2} = 77^{\circ} 26'$$

$$\text{przeto: } x = 143^{\circ} 14' 24''$$

$$y = 11^{\circ} 37' 36''$$

$$6) \begin{cases} x + y = 152^{\circ} 16' \\ \frac{\sin x}{\sin y} = 5.84 \end{cases}$$

Podstawiając w drugim równaniu wartość za  $y$  z pierwszego równania, otrzymamy:



$$\sin x = 5.84 \sin 152^{\circ} 16', \cos x = 5.84 \cos 152^{\circ} 16' \sin x$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{5.84 \cos 62^{\circ} 16'}{1 - 5.84 \sin 62^{\circ} 16'}$$

$$\log 5.84 = 0.76641$$

$$\log \sin 62^{\circ} 16' = 9.94700 - 10$$

$$\log 5.84 \sin 62^{\circ} 16' = 10.71341 - 10$$

$$5.84 \sin 62^{\circ} 16' = 5.169$$

$$\operatorname{tg} x = - \frac{5.84 \cos 62^{\circ} 16'}{4.169}$$

$$\operatorname{tg} (180 - x) = \frac{5.84 \cos 62^{\circ} 16'}{4.169}$$

$$180 - x = 33^{\circ} 5' 56''$$

$$\text{zatem } x = 146^{\circ} 54' 4''$$

$$y = 5^{\circ} 21' 56''$$

Równanie dane można jeszcze rozwiązać innym sposobem, mianowicie:

$$\frac{\sin x + \sin y}{\sin x - \sin y} = \frac{5.84 + 1}{5.84 - 1}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x + y}{2} = \frac{6.84}{4.84}, \text{ skąd}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x - y}{2} = \frac{4.84 \cdot \operatorname{tg} 76^{\circ} 8'}{6.84};$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{x - y}{2} = 10.45734 - 10$$

$$\text{zatem } \frac{x - y}{2} = 70^{\circ} 46' 4'';$$

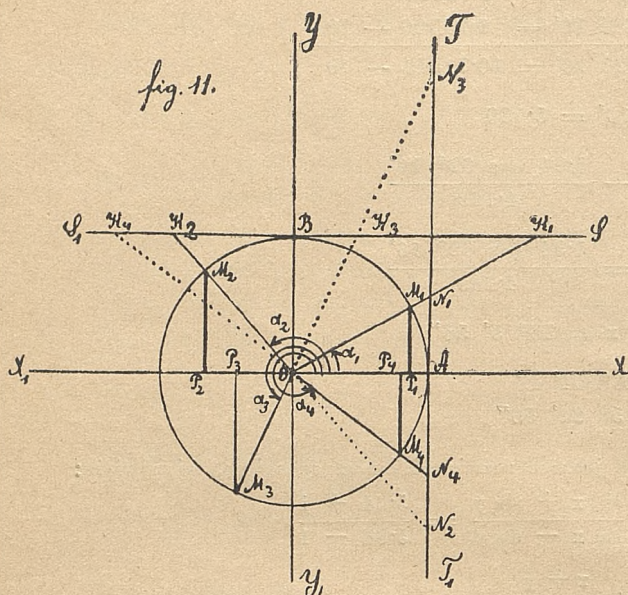
$$\text{przeto } x = 146^{\circ} 54' 4''$$

$$y = 5^{\circ} 21' 56''$$



## Graficzne przedstawienie funkeyi kąta.

§. 25. Z początku spółrzednych zakresmy koło promieniem równym jedności, wyrysujemy do niego styczne TT' i SS' w punktach A i B, w któ-



rych przecinają go dodatnie kierunki osi Xów i Yów, przedłużmy ramię ru-chome kąta w tym samym kierunku, lub w razie potrze-by w kierunku prze-ciwnym po za po-czątek spółrzednych aż do przecięcia się z jedną i z drugą stycznią (z pierwszą w punkcie N, z dru-gą w punkcie K) i wykreśmy spół-rzędne (x, y) punktu M położonego na obwodzie koła, tedy:

a) Rzędne  $P_1M_1$ ,  $P_2M_2$ , ... przedstawiają sinusy (wstawy), zaś od-cięte  $OP_1$ ,  $OP_2$ , ... cosinusy (dostawy) kątów  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ , albowiem:

$$\sin \alpha_1 = \frac{y_1}{r} = \frac{y_1}{1} = y_1 = M_1P_1; \quad \cos \alpha_1 = \frac{x_1}{r} = \frac{x_1}{1} = x_1 = OP_1;$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{y_2}{r} = \frac{y_2}{1} = y_2 = M_2P_2; \quad \cos \alpha_2 = \frac{x_2}{r} = \frac{x_2}{1} = x_2 = OP_2;$$

b)  $AN_1$ ,  $AN_2$ ,  $AN_3$ ,  $AN_4$  przedstawiają tangenty (styczne), zaś  $ON_1$ ,  $ON_2$ ,  $ON_3$ ,  $ON_4$  secanty (sieczne) kątów  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ , albowiem mając na uwadze podobieństwo trójkątów:  $OM_1P_1$  i  $OAN_1$ ,  $OM_2P_2$  i  $OAN_2$ , ... będzie:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_1 &= \frac{y_1}{x_1} = \frac{M_1P_1}{OP_1} = \frac{AN_1}{OA} = \frac{AN_1}{1} = AN_1; \quad \sec \alpha_1 = \frac{r}{x_1} = \frac{OM_1}{OP_1} = \frac{ON_1}{OA} = \\ &= \frac{ON_1}{1} = ON_1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_2 &= \frac{y_2}{x_2} = \frac{M_2P_2}{OP_2} = \frac{AN_2}{OA} = \frac{AN_2}{1} = AN_2; \quad \sec \alpha_2 = \frac{r}{x_2} = \frac{OM_2}{OP_2} = \frac{ON_2}{OA} = \\ &= \frac{ON_2}{1} = ON_2; \end{aligned}$$

itd.

$AN_1$  i  $AN_3$  tudzież  $ON_1$  i  $ON_4$  są dodatne, zaś  $AN_2$  i  $AN_4$  tudzież  $ON_2$  i  $ON_3$  są ujemne.



c)  $BK_1, BK_2, BK_3, BK_4$  przedstawiają cotangenty (dotyczne), zaś  $OK_1, OK_2, OK_3, OK_4$  cosecanty (dosieczne) kątów  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , albowiem mając na uwadze podobieństwo trójkątów:  $OM_1P_1$  i  $OBK_1$ ,  $OM_2P_2$  i  $OBK_2, \dots$  będzie:

$$\cotg \alpha_1 = \frac{x_1}{y_1} = \frac{OP_1}{M_1P_1} = \frac{BK_1}{OB} = \frac{BK_1}{1} = BK_1;$$

$$\operatorname{cosec} \alpha_1 = \frac{r}{y_1} = \frac{OM_1}{M_1P_1} = \frac{OK_1}{OB} = \frac{OK_1}{1} = OK_1;$$

itd.

$BK_1$  i  $BK_3$  tudzież  $OK_1$  i  $OK_2$  są dodatne, zaś  $BK_2$  i  $BK_4$  tudzież  $OK_3$  i  $OK_4$  są ujemne.

Uwaga. Z figury tej możemy poznać, jaki znak algebraiczny mają funkcy trygonometryczne w każdej ćwiartce, jak się zmienia wielkość funkcyj ze zmianą kąta, tudzież jaką wartość otrzymują funkcy dla kątów:  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  i  $270^\circ$  (porównaj §. 4.)





## ĆWICZENIA.

(§. 2.)

- 1) Znaleźć wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów  $18^\circ$  i  $72^\circ$ .

Stosuję wzór wyrażający związek między bokiem 10-boku foremnego wpisanego w koło i promieniem tego koła, mianowicie:  $a = \frac{r}{2} (\sqrt{5} - 1)$ , a znajduję:

$$\sin 18^\circ = \cos 72^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{r} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}; \quad \cos 18^\circ = \sin 72^\circ = \frac{\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}}{r} =$$

$$= \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} \quad \text{itd.}$$

- 2) Wykreślić kąt  $\alpha$  wiedząc, że: a)  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ; b)  $\cos \alpha = \frac{4}{7}$ ; c)  $\tan \alpha = \frac{5}{3}$   
 d)  $\cot \alpha = \frac{7}{8}$ ; e)  $\sec \alpha = 2$ ; f)  $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{10}{3}$ .

- 3) Wykreślić kąt  $\alpha$  wiedząc, że: a)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$ ; b)  $\tan \alpha = \sqrt{6}$ .

(§§. 3—6).

- 4) Obliczyć funkcje kątów: a)  $108^\circ$ ; b)  $120^\circ$ ; c)  $135^\circ$ ; d)  $150^\circ$ ; e)  $162^\circ$ ;  
 f)  $198^\circ$ ; g)  $210^\circ$ ; h)  $225^\circ$ ; i)  $240^\circ$ ; k)  $252^\circ$ ; l)  $288^\circ$ ; m)  $300^\circ$ ; n)  $315^\circ$ ;  
 o)  $330^\circ$ ; p)  $342^\circ$ .

- 5) Obliczyć  $\sin (-30^\circ)$  i inne funkcje kąta  $(-30^\circ)$ .

Rzędna kąta  $(-30^\circ)$  równa się:  $-\frac{r}{2}$ , zatem  $\sin (-30^\circ) = \frac{-\frac{r}{2}}{r} = -\frac{1}{2}$ ; itd.

- 6) Obliczyć funkcje kątów: a)  $-18^\circ$ ; b)  $-45^\circ$ ; c)  $-60^\circ$ ; d)  $-72^\circ$ ;  
 e)  $-90^\circ$ .

- 7) Obliczyć funkcje kątów:  $390^\circ$  i  $468^\circ$ .



(§§. 7—8).

8) Dane są funkcyje: a)  $\cos \alpha$ ; b)  $\cotg \alpha$ ; c)  $\sec \alpha$ ; d)  $\operatorname{cosec} \alpha$ ; znaleźć wszystkie inne funkcyje.

9)  $Tg \alpha = \frac{a}{b}$ ; obliczyć  $\sin \alpha$  i  $\cos \alpha$ .

$$\left( \sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

10) Gdy: a)  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ; b)  $\sin \alpha = \frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)$ ; c)  $\sin \alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ;

d)  $\cos \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ ; e)  $tg \alpha = -\sqrt{2}$ ; f)  $\cotg \alpha = 1$ ; g)  $\sec \alpha = 2$ ;

h)  $\operatorname{cosec} \alpha = -10$ ; obliczyć pozostałe funkcyje.

Uwaga (do przykł. 8, 9 i 10). Mając daną jedną funkcyję, obliczamy wszystkie inne stosując wzory podane w §. 7. Do obliczenia tych funkcyj dojdziemy jeszcze i w ten sposób: Gdy daną jest jakaś funkcyja, wtenczas z trzech ilości  $x$ ,  $y$ ,  $r$  możemy dwie uważać jako znane, przeto za pomocą twierdzenia Pitagorasa obliczymy 3cią ilość, poczem poznamy już wszystkie funkcyje.

Np. a) Gdy  $tg \alpha = \frac{a}{b}$ , wtenczas mogę przyjąć  $y = a$ ,  $x = b$ , zatem z twierdzenia Pitagorasa wypadnie  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ , skąd  $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  
 $\cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

b)  $\operatorname{cosec} \alpha = -10$ ; mogę przyjąć  $r = 10$ ,  $y = -1$ , z twierdzenia Pitagorasa wypadnie  $x = \pm \sqrt{99}$ , skąd  $\sin \alpha = \frac{-1}{10}$ ,  $\cos \alpha = \frac{\pm \sqrt{99}}{10}$  itd. (+ odnosi się do IV ćwiartki, — do III).

c) Gdy dana jest funkcyja  $\sin \alpha$ , wtenczas ponieważ  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ , mogę przyjąć  $y = r \sin \alpha$ ,  $r = r$ , zatem z twierdzenia Pitagorasa znajdę  $x = \pm r \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ , przeto  $\cos \alpha = \frac{x}{r} = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ ;  $tg \alpha = \frac{y}{x} = \pm \frac{r \sin \alpha}{r \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ ; itd.

d)  $tg \alpha = \frac{3}{4}$ ; tu mogę przyjąć:  $y = \pm 3$ ,  $x = \pm 4$ , zatem  $r = \sqrt{9 + 16} = 5$ , przeto  $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \pm \frac{3}{5}$ ,  $\cos \alpha = \frac{x}{r} = \pm \frac{4}{5}$ . (+ odnosi się do I ćwiartki, — do III).

11) Jakie wartości na:  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $tg \alpha$  i  $\cotg \alpha$  czynią zadość równaniu:  
 $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$ .

Wyrażając  $\cos \alpha$  przez  $\sin \alpha$ , otrzymamy równanie:  $1 - 2 \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$ , z którego znajdziemy:  $\sin \alpha = \pm \frac{1}{2}$ , a tem samem i inne funkcyje.



12. Znaleść  $\operatorname{tg} \alpha$  i inne funkcyę kąta  $\alpha$  z równania:

$$6 \operatorname{tg} \alpha - 7 + 2 \cotg \alpha = 0. \quad \left( \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \quad \text{ i } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3} \right).$$

(§§. 9—13).

13) Wyprowadzić związki między funkcyami kątów: a)  $\alpha$  i  $(180 + \alpha)$ ; b)  $\alpha$  i  $(270 - \alpha)$ ; c)  $\alpha$  i  $(270 + \alpha)$ ; d)  $\alpha$  i  $(360 - \alpha)$ .

14) Funkcye kątów: a)  $148^\circ$ , b)  $212^\circ$ , c)  $294^\circ$ , d)  $425^\circ$  wyrazić przez funkcyę kątów mniejszych od  $90^\circ$ .

15) Wiedząc, czemu są równe funkcyę kątów:  $18^\circ$ ,  $30^\circ$  i  $45^\circ$ , obliczyć funkcyę kątów podanych w przykł.: 4), 5) i 6).

16) Równania: a)  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ , b)  $\cos \alpha = -0.72$ , c)  $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{5}$ , d)  $\cotg \alpha = -3.2$ , przerobić na inne tak, aby w nich nie zachodził znak: —.

Rozwiązanie. a)  $\sin (360 - \alpha) = \frac{3}{5}$ ,  $\cos (180 - \alpha) = 0.72$ , itd.

17) Niech  $\alpha$  oznacza kąt ostry; dla którego jeszcze kąta w pozostałych trzech ćwiartkach sinus ma tę samą wartość co dla kąta  $\alpha$ , dla którego ma tę samą wartość cosinus, dla którego tangens, a dla którego cotangens.

Rozwiązanie. Sinusy mają tę samą wartość dla kątów:  $\alpha$  i  $(180 - \alpha)$ , cosinusy dla kątów:  $\alpha$  i  $(360 - \alpha)$ , itd.

18) Znaleść wartości na kąt  $\alpha$ , (między  $0^\circ$  i  $360^\circ$ ), czyniące zadość równaniom: a)  $\sin \alpha = \sin 40^\circ$ , b)  $\cos \alpha = \cos 40^\circ$ , c)  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 40^\circ$ , d)  $\cotg \alpha = \cotg 40^\circ$ .

Rozwiązanie. Równaniu  $\sin \alpha = \sin 40^\circ$ , czynią zadość kąty  $40^\circ$  i  $140^\circ$ , itd.

19) Znaleść wartości na kąt  $\alpha$  (między  $0^\circ$  i  $360^\circ$ ), czyniące zadość równaniom: a)  $\sin \alpha = \cos 20^\circ$ , b)  $\cos \alpha = \sin 20^\circ$ , c)  $\operatorname{tg} \alpha = \cotg 20^\circ$ , d)  $\cotg \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ$ .

Rozwiązanie. a)  $\sin \alpha = \sin 70^\circ$ , itd.

20) Znaleść wartości na kąt  $\alpha$  (między  $0^\circ$  i  $360^\circ$ ) czyniące zadość równaniom: a)  $\sin \alpha = -\sin 35^\circ$ , b)  $\cos \alpha = -\cos 35^\circ$ , c)  $\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} 35^\circ$ , d)  $\cotg \alpha = -\cotg 35^\circ$ .

Rozwiązanie. a)  $\alpha = 325^\circ$  i  $215^\circ$ , b)  $\alpha = 145^\circ$  i  $215^\circ$ , c)  $\alpha = 145^\circ$  i  $325^\circ$ , d)  $\alpha = 145^\circ$  i  $325^\circ$ .

21) Jakie kąty (między  $0^\circ$  i  $360^\circ$ ), czynią zadość równaniom:

$$\text{a) } \sin \alpha = \frac{1}{2}, \text{ b) } \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ c) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{4}, \text{ d) } \operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$$

Rozwiązanie. a)  $\alpha = 30^\circ$  i  $150^\circ$ , b)  $\alpha = 135^\circ$  i  $225^\circ$ , c)  $\alpha = 72^\circ$  i  $288^\circ$ , d)  $\alpha = 150^\circ$  i  $330^\circ$ .

(§§. 14—19).

22) Wyprowadzić wzory: 13) i 14) (w §. 14) pod założeniem: że oba kąty są rozwarte, lub oba wypukłe.



- 23) Sinus, cosinus, tangens i cotangens kątów: a)  $180^\circ$ , b)  $212^\circ$ , c)  $294^\circ$ , d)  $315^\circ$ , e)  $428^\circ$  wyrazić przez funkcy kątów ostrych.  
 24) Obliczyć funkcy kąta  $15^\circ$ .

Rozwiązanie 1.  $\sin 15^\circ = \sin (45^\circ - 30^\circ) = \dots = \frac{1}{4} (\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ; itd.

Rozwiązanie 2.  $\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \text{itd.}$

- 25) Obliczyć funkcy kąta:  $22^\circ 30'$ .  
 26) Obliczyć funkcy kątów:  $3^\circ$ ,  $6^\circ$ ,  $9^\circ$ ,  $12^\circ$ , ...

Rozwiązanie.  $\sin 3^\circ = \sin (18^\circ - 15^\circ) = \dots$

$$\sin 6^\circ = \sin (3^\circ + 3^\circ) = \dots$$

$$\sin 9^\circ = \sin (6^\circ + 3^\circ) = \dots$$

- 27) Okazać, że: a)  $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ , b)  $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ ,  
 c)  $\sin 4\alpha = 4\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$ .

Rozwiązanie.  $\cos 3\alpha = \cos (2\alpha + \alpha) = \text{itd.}$

- 28) Okazać, że:

a)  $(\cos\alpha + i\sin\alpha)(\cos\beta + i\sin\beta) = \cos(\alpha + \beta) + i\sin(\alpha + \beta)$ ,

b)  $(\cos\alpha + i\sin\alpha)(\cos\beta + i\sin\beta)(\cos\gamma + i\sin\gamma) = \cos(\alpha + \beta + \gamma) + i\sin(\alpha + \beta + \gamma)$ ;

c)  $(\cos\alpha + i\sin\alpha)(\cos\beta + i\sin\beta)\dots = \cos(\alpha + \beta + \dots) + i\sin(\alpha + \beta + \dots)$

d)  $(\cos\alpha + i\sin\alpha)^2 = \cos 2\alpha + i\sin 2\alpha$ ;

e)  $(\cos\alpha + i\sin\alpha)^3 = \cos 3\alpha + i\sin 3\alpha$ ;

f)  $(\cos\alpha + i\sin\alpha)^n = \cos n\alpha + i\sin n\alpha$  (wzór Moivre'a);

tu  $i$  oznacza jednostkę urojoną, tj.  $i = \sqrt{-1}$ .

Uwaga. 1) Podnosząc pierwszą stronę równania e) do potęgi 3ciej, otrzymamy:  
 $\cos 3\alpha = \cos^3\alpha - 3\cos\alpha\sin^2\alpha$ ;  $\sin 3\alpha = 3\cos^2\alpha\sin\alpha - \sin^3\alpha$   
 (porównaj z przykł. 27).

2) Za pomocą równania f) możemy  $\cos n\alpha$  lub też  $\sin n\alpha$  wyrazić przez  $\sin\alpha$  i  $\cos\alpha$ .

- 29) Okazać, że:

$$\text{a) } \cos\alpha + \cos 2\alpha + \dots + \cos n\alpha = \frac{\sin \frac{n\alpha}{2} \cos (n+1) \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{b) } \sin\alpha + \sin 2\alpha + \dots + \sin n\alpha = \frac{\sin \frac{n\alpha}{2} \sin (n+1) \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

Jeżeli w równaniu  $x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - x}{x - 1}$  wyrażając sumę postępu geometrycznego, podstawimy:  $x = \cos\alpha + i\sin\alpha$ , a do potęg  $x^2$ ,  $x^3$ , ... zastosujemy wzór Moivre'a (prz. 28), otrzymamy:



$$\begin{aligned}
 & \cos \alpha + i \sin \alpha + \cos 2 \alpha + i \sin 2 \alpha + \dots + \cos n \alpha + i \sin n \alpha = \\
 &= \frac{\cos (n+1) \alpha + i \sin (n+1) \alpha - \cos \alpha - i \sin \alpha}{\cos \alpha + i \sin \alpha - 1} = \\
 &= \frac{-2 \sin \frac{n \alpha + \alpha + \alpha}{2} \sin \frac{n \alpha}{2} + 2 i \cos \frac{n \alpha + \alpha + \alpha}{2} \sin \frac{n \alpha}{2}}{-2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 2 i \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}.
 \end{aligned}$$

Dzieląc teraz licznik i mianownik ostatniego ułamka przez 2, a następnie mnożąc przez  $-\sin^2 \frac{\alpha}{2} - i \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$ , dojdziemy, po odpowiednim przeobrażeniu, do następującego równania:

$$\begin{aligned}
 & \cos \alpha + i \sin \alpha + \cos 2 \alpha + i \sin 2 \alpha + \dots + \cos n \alpha + i \sin n \alpha = \\
 &= \frac{\sin \frac{n \alpha}{2} \cos \frac{n \alpha + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} + i \frac{\sin \frac{n \alpha}{2} \sin \frac{n \alpha + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}
 \end{aligned}$$

Równanie to z uwagi, że część rzeczywista strony pierwszej równać się musi części rzeczywistej strony drugiej, a część urojona urojonej, rozpadła się na dwa równania wypisane wyżej w tym przykładzie pod a) i b).

30) Okazać że:

- a)  $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin (\alpha + \beta) \cdot \sin (\alpha - \beta)$   
 b)  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos (\alpha + \beta) \cdot \cos (\alpha - \beta)$   
 c)  $\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta = -\sin (\alpha + \beta) \cdot \sin (\alpha - \beta)$ .

31) Okazać, że:

- a)  $\sin (\alpha + \beta + \gamma) = \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ ;  
 b)  $\cos (\alpha + \beta + \gamma) = \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$ .

32) Okazać, że:

- a)  $\sin (-\alpha + \beta + \gamma) + \sin (\alpha - \beta + \gamma) + \sin (\alpha + \beta - \gamma) - \sin (\alpha + \beta + \gamma) = 4 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$   
 b)  $\cos (-\alpha + \beta + \gamma) + \cos (\alpha - \beta + \gamma) + \cos (\alpha + \beta - \gamma) + \cos (\alpha + \beta + \gamma) = 4 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$

33) Zamienić na iloczyn:

- a)  $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta$ ; b)  $\operatorname{cotg} \alpha \pm \operatorname{cotg} \beta$ ; c)  $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{cotg} \beta$ ; d)  $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{cotg} \alpha$ .

34) Zamienić na iloczyn:  $\sin \alpha \pm \cos \alpha$ .

35) Wyrażenia: a)  $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta}$ ; b)  $\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$ ; c)  $\frac{\sin \alpha \pm \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta}$ ;

d)  $\frac{\sin \alpha \pm \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$  zamienić na inne, w którychby nie przycho-

dziła ani suma, ani też różnica.



36) Wyrazić:  $\operatorname{tg} 2\alpha$ ,  $\operatorname{tg} 3\alpha$  i  $\operatorname{tg} 4\alpha$  przez  $\operatorname{tg} \alpha$ .

37) Okazać, że: a)  $\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$ ; b)  $\frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \cos 2\alpha$ ;

c)  $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ; d)  $\frac{\sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$ ; e)  $\frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + 1} =$

$= 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ ; f)  $\frac{2 \cos \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \sin \alpha$ ; g)  $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ;

h)  $\frac{\sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$ .

38) Zamienić na iloczyn: a)  $1 + \sin \alpha$ ; b)  $1 - \sin \alpha$ ;

c)  $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta$ .

Wyrażenie pod c) równa się:  $\frac{4 \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin 2\alpha \sin 2\beta}$

39) Obliczyć: a)  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta + \gamma)$ ; b)  $\operatorname{tg}(2\alpha - \beta)$ , przyjmując:

$\operatorname{tg} \alpha = 1$ ,  $\operatorname{tg} \beta = 2$ ,  $\operatorname{tg} \gamma = 3$ .

(§. 22—23).

40) Znaleść następujące logarytmy:

a)  $\log \sin 75^\circ 13' 24''$ ; b)  $\log \cos 17^\circ 15'$ ;

c)  $\log \operatorname{tg} 63^\circ 8' 40''$ ; d)  $\log \operatorname{ctg} 47^\circ 23'$ .

41) Znaleść kąty, odpowiadające następującym logarytmom:

a)  $\log \sin \alpha = 8.27606 - 10$ ; b)  $\log \cos \alpha = 0.88672 - 2$ ;

c)  $\log \operatorname{tg} \alpha = -0.31894$ ; d)  $\log \operatorname{ctg} \alpha = 1.30987$ .

42) Znaleść wartość wstawy, dostawy, styczney i dotycznej następujących kątów:

a)  $54^\circ 5' 12''$ ; b)  $48^\circ 13'$ ; c)  $112^\circ 14'$ ; d)  $172^\circ 16' 18''$ ; e)  $198^\circ 40''$

f)  $250^\circ 8'$ ; g)  $292^\circ 4' 15''$ ; h)  $315^\circ 17' 2''$ .

43) Znaleść kąty wklęsłe, należące do następujących wartości funkcji trygonometrycznych:

a)  $\sin \alpha = 0.79354$ ; b)  $\sin \alpha = \frac{2 + \sqrt{3}}{4\sqrt{10}}$ ; c)  $\sin \alpha = 3 - \sqrt{5}$ ;

d)  $\cos \alpha = -\frac{7}{15}$ ; e)  $\cos \alpha = \frac{7.34}{3.45^2}$ ; f)  $\cos \alpha = \frac{1 - \sqrt[7]{4}}{1 + \sqrt{4}}$ ;

g)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3.87}{\sqrt{7.94}}$ ; h)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} 78^\circ 5' 14''}{\operatorname{ctg} 47^\circ 9' 10''}$ ; i)  $\operatorname{tg} \alpha = -7$ ;

k)  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - 2\sqrt[3]{5}}{6}$ ; l)  $\operatorname{ctg} \alpha = \cos 152^\circ 13' 16'' \sin 84' 3''$ .



W przykładach: b) c) f) k) należy najpierw usunąć sumy (różnice) z wyrażeń, które się ma logarytmować. Biorąc np. pod uwagę przykł. f), obliczam  $\sqrt[7]{4}$ ; mianowicie:  $\frac{1}{7} \log 4 = 0.08601$ , skąd  $\sqrt[7]{4} = \text{num log } 0.08601 = 1.219$ ;

zatem  $\cos \alpha = -\frac{0.219}{2.219}$ ; itd.

W przykładzie l) będzie:  $\cotg \alpha = \cotg (180^\circ - 27^\circ 46' 44'') \sin 84^\circ 3' = -\cos 27^\circ 46' 44'' \sin 84^\circ 3'$ ; itd.

43) Znaleźć kąty wklęsłe i wypukłe, należące do następujących funkcji:

a)  $\cos \alpha = 0.836$ ; b)  $\tg \alpha = 2.381$ ; c)  $\cotg \alpha = 0.386$ ; d)  $\sin \alpha = -0.754$ ;

e)  $\cos \alpha = -0.254$ ; f)  $\tg \alpha = -0.82$ ; g)  $\cotg \alpha = \pm 0.794$

44) Znaleźć ogólną wartość na kąty, należące do funkcji:

a)  $\sin \alpha = \pm 0.382$ ; b)  $\cos \alpha = \pm 0.74568$ ; c)  $\tg \alpha = \pm 2.34$ ;

d)  $\cotg \alpha = \pm 0.794$ .

### (§. 24).

Rozwiązać następujące równania goniometryczne:

46)  $a \sin x + b \cos x = 0$ .

47)  $a \sin (x + \alpha) = b \cos (x + \beta)$ .

48)  $2 \sin^2 x - \cos^2 x + 5 \sin x \cos x = 3$  ( $x_1 = 45^\circ$ ,  $x_2 = 75^\circ 57' 50''$ )

Zamiast 3 piszę  $3(\cos^2 x + \sin^2 x)$ , następnie dzielę równanie przez  $\cos^2 x$ .

49)  $a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x + d = 0$

50)  $3 \cos x = 2 \cotg x$  ( $x_1 = 90^\circ$ ,  $x_2 = 41^\circ 48' 39''$ ,  $x_3 = 138^\circ 11' 21''$ )

51)  $5 \sin x = 3 \tg x$

52)  $3 \cos x = 2 \tg x$  ( $x_1 = 46^\circ 7' 2''$ ,  $x_2 = 133^\circ 52' 48''$ )

53)  $6 \sin x = 3 \cos^2 x + 1$  ( $x_1 = 31^\circ 50' 12''$ ,  $x_2 = 148^\circ 5' 48''$ )

54)  $3 \tg x + 4 \cotg x = 10$

55)  $7 \tg x - 3 \cotg x = 8$ .

56)  $\sin (3x + 50^\circ 4') = \cos (2x - 30^\circ 16')$  ( $x_1 = 9^\circ 40'$ ,  $x_2 = 14^\circ 2' 24''$ )

57)  $3 \sin x - 5 \cos x + 3 \tg x = 5$  ( $x_1 = 59^\circ 2' 10''$ ,  $x_2 = 180^\circ$ )

58)  $\cotg x + \cos x = 1 + \sin x$  ( $x = 45^\circ$ )

59)  $\cotg x - \cos x = 1 - \sin x$  ( $x_1 = 45^\circ$ ,  $x_2 = 90^\circ$ )

60)  $3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = 2.7$  ( $x_1 = 21^\circ 58' 21''$ ,  $x_2 = 158^\circ 1' 39''$ )

61)  $3(\cos x - \sin x)^2 = 8 \sin 2x$  ( $x_1 = 7^\circ 54' 48''$ ,  $x_2 = 82^\circ 5' 12''$ )

62)  $3 - 2 \cos \frac{x}{2} + 3 \cos x = 0$  ( $x_1 = 141^\circ 5' 26''$ ,  $x_2 = 180^\circ$ )

63)  $a(1 + \cos x) = b \sin x$  ( $\cos \frac{x}{2} = 0$ ,  $\tg \frac{x}{2} = \frac{a}{b}$ )

64)  $3(1 - \cos x) = 2 \sin x$  ( $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 67^\circ 22' 50''$ )

65)  $\sin x - \cos x = 0.4$  ( $x_1 = 61^\circ 25' 48''$ )

66)  $\frac{\sin x}{1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{3}$  (otrzymamy:  $\tg x = \sqrt{3}$ , przeto  $x = 60^\circ$ ).



$$67) \sin 2x \sin x + \cos x = 1 \quad (x_1 = 0^\circ, x_2 = 68^\circ 31' 47'')$$

$$68) a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin 2x = 0 \quad \left( \operatorname{tg} x = -\frac{c}{a} \pm \frac{\sqrt{c^2 - ab}}{a} \right)$$

$$69) \frac{\sin 4x + \sin 2x}{\cos x} = \sqrt{3} \quad (x_1 = 20^\circ, x_2 = 90^\circ)$$

$$70) \cos (n-2)x - \cos nx = \sin x \quad \left( x = 0^\circ, \frac{30^\circ}{n-1}, \frac{150^\circ}{n-1} \right)$$

$$71) \operatorname{tg} x + 2 \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}} = 3 \quad (x_1 = 45^\circ, x_2 = 63^\circ 26' 6'')$$

$$72) (1 - \cos x)^{\frac{2}{5}} + 2(1 + \cos x)^{\frac{2}{5}} = 3(1 - \cos^2 x)^{\frac{1}{5}} \quad (x_1 = 90^\circ, x_2 = 159^\circ 57' 2'')$$

dzieląc równanie przez  $(1 - \cos^2 x)^{\frac{1}{5}}$ , otrzymamy:

$$\sqrt[5]{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} + 2 \sqrt[5]{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} = 3, \text{ skąd nazywając: } \sqrt[5]{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = y,$$

dostaniemy:  $y + \frac{2}{y} = 3$ , itd.

$$73) a^{2 \operatorname{tg} x} + b a^{\operatorname{tg} x} = c$$

$$74) 3^{\operatorname{tg} x} + 3 - \operatorname{tg} x = 2 \sqrt{3}$$

$$\text{Znajdziemy: } 3^{\operatorname{tg} x} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\text{więc: } 3^{\operatorname{tg} x_1} = \sqrt{3} + \sqrt{2} = 3.14626$$

$$\operatorname{tg} x_1 = \frac{\log 3.14626}{\log 3} = \frac{0.49780}{0.47712}$$

$$x_1 = 46^\circ 12' 55''$$

$$3^{\operatorname{tg} x_2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{3^{\operatorname{tg} x_1}}$$

$$\text{zatem } \operatorname{tg} x_2 = -\operatorname{tg} x_1$$

$$x_2 = 180 - x_1$$

75) Rozwiązać równania:

$$\alpha) x^2 + ax + b = 0; \quad \beta) x^2 - ax + b = 0;$$

$$\gamma) x^2 + ax - b = 0; \quad \delta) x^2 - ax - b = 0.$$

w których współczynniki  $a, b$  są liczbami dodatnimi, z pomocą funkey goniometrycznych.

Rozwiążmy każde z tych równań sposobem zwyczajnym, następnie za:

$\frac{4b}{a^2}$  przy  $\alpha)$  i  $\beta)$ , jeżeli  $\frac{4b}{a^2} \leq 1$ , podstawmy  $\sin^2 \alpha$ ; zaś przy  $\gamma)$  i  $\delta)$  podstawmy  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ , a będzie:



$$\begin{array}{ll}
 \alpha) x^2 + a x + b = 0 & x_1 = -\sqrt{b} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad \sin \alpha = \frac{2\sqrt{b}}{a} \\
 x = -\frac{a}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} & x_2 = -\sqrt{b} \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \\
 \beta) x^2 - a x + b = 0 & x_1 = \sqrt{b} \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \quad \sin \alpha = \frac{2\sqrt{b}}{a} \\
 x = \frac{a}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} & x_2 = \sqrt{b} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \\
 \gamma) x^2 + a x - b = 0 & x_1 = \sqrt{b} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{b}}{a} \\
 x = -\frac{a}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} & x_2 = -\sqrt{b} \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \\
 \delta) x^2 - a x - b = 0 & x_1 = \sqrt{b} \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{b}}{a} \\
 x = \frac{a}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} & x_2 = -\sqrt{b} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}
 \end{array}$$

Równań  $\alpha)$  i  $\beta)$  nie można rozwiązać sposobem wyżej podanym, za pomocą funkcji goniometrycznych, gdy  $\frac{4b}{a^2} > 1$ .

76) Rozwiązać następujące równania z pomocą funkcji goniometrycznych i sposobem zwyczajnym.

a)  $x^2 + 7.386 x + 8.324 = 0$ .

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{8.324}}{7.386}, \quad \alpha = 51^\circ 22' 24''$$

$$x_1 = -\sqrt{8.324} \operatorname{tg} 25^\circ 41' 12'' = -1.3877$$

$$x_2 = -\sqrt{8.324} \operatorname{cotg} 25^\circ 41' 12'' = -5.9982$$

b)  $x^2 - 7.386 x + 8.324 = 0$

c)  $x^2 + \frac{37.854}{1.286} x - \frac{2.341}{3.968} = 0$

d)  $x^2 - \frac{37.854}{1.286} x - \frac{2.341}{3.968} = 0$

87)  $\begin{cases} x + y = \alpha \\ \sin x + \sin y = a \end{cases}$

79)  $\begin{cases} x + y = \alpha \\ \cos x + \cos y = a \end{cases}$

81)  $\begin{cases} x + y = \alpha \\ \sin x - \sin y = a \end{cases}$

83)  $\begin{cases} x + y = \alpha \\ \cos x - \cos y = a \end{cases}$

78)  $\begin{cases} x - y = \alpha \\ \sin x + \sin y = a \end{cases}$

80)  $\begin{cases} x - y = \alpha \\ \cos x + \cos y = a \end{cases}$

82)  $\begin{cases} x - y = \alpha \\ \sin x - \sin y = a \end{cases}$

84)  $\begin{cases} x - y = \alpha \\ \cos x - \cos y = c \end{cases}$



$$85) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \sin x + \cos y = a \end{cases}$$

$$87) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \sin x - \cos y = a \end{cases}$$

$$89) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \frac{\sin x}{\sin y} = a \end{cases}$$

$$92) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \frac{\cos x}{\cos y} = a \end{cases}$$

$$95) \begin{cases} \sin x - \sin y = \frac{2}{5} \\ \cos x + \cos y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$86) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \sin x + \cos y = a \end{cases}$$

$$88) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \sin x - \cos y = a \end{cases}$$

$$90) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \frac{\sin x}{\sin y} = a \end{cases} \quad 91) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \frac{\cos x}{\cos y} = a \end{cases}$$

$$93) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \frac{\sin x}{\cos y} = a \end{cases} \quad 94) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \frac{\sin x}{\cos x} = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 92^{\circ} 55' 22'' \\ y &= 36^{\circ} 46' 38'' \end{aligned}$$

Zamieniając strony pierwsze obu równań na iloczyny, a następnie dzieląc oba równania przez siebie, otrzymamy:

$$\operatorname{tg} \frac{x-y}{2} = \frac{8}{15} \quad \text{skąd} \quad \frac{x-y}{2} = 28^{\circ} 4' 22''$$

itd.

$$96) \begin{cases} \sin x + \sin y = 1.12 \\ \cos x + \cos y = 0.85 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 98^{\circ} 42' 14'' \\ y &= 7^{\circ} 33' 24'' \end{aligned}$$

$$97) \begin{cases} \sin x + \sin y = 1.512 \\ \cos x - \cos y = -0.864 \end{cases}$$

$$98) \begin{cases} \sin x - \sin y = 0.534 \\ \cos x - \cos y = -0.872 \end{cases}$$

$$99) \begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ \cos x + \cos y = b \end{cases}$$

$$100) \begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ \cos x - \cos y = b \end{cases}$$

$$101) \begin{cases} \sin x - \sin y = a \\ \cos x + \cos y = b \end{cases}$$

$$102) \begin{cases} \sin x - \sin y = a \\ \cos x - \cos y = b \end{cases}$$

$$103) \begin{cases} \sin x \sin y = a \\ \cos x \cos y = b \end{cases}$$

$$104) \begin{cases} \sin x \sin y = 0.46 \\ \cos x \cos y = 0.17 \end{cases}$$

$$105) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \sin x \sin y = a \end{cases}$$

$$106) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \cos x \cos y = a \end{cases}$$

$$107) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \sin x \sin y = a \end{cases}$$

$$108) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \cos y \cos y = a \end{cases}$$

$$109) \begin{cases} x + y = 72^{\circ} 10' \\ \sin x \sin y = 0.048 \end{cases}$$

$$110) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = a \end{cases}$$

$$111) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = a \end{cases}$$

$$112) \begin{cases} x + y = \alpha \\ \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = a \end{cases}$$



$$113) \begin{cases} x - y = \alpha \\ \operatorname{tg} x = a \operatorname{tg} y \end{cases}$$

$$114) \begin{cases} x + y = 45^0 \\ \operatorname{tg} x = 3 \\ \operatorname{tg} y \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 32^0 51' 10'' \\ y = 12^0 8' 50'' \end{matrix}$$

$$115) \begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4} \\ \cos^2 x - \sin^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x_1 = 30^0 & x_2 = 150^0 \\ y_1 = 45^0 & y_2 = 135^0 \end{matrix}$$

$$116) \begin{cases} a_1 \sin^2 x + b_1 \cos^2 y = c_1 \\ a_2 \cos^2 x + b_2 \sin^2 y = c_2 \end{cases}$$

$$117) \begin{cases} 15 \sin^2 x - 6 \cos^2 y = 5 \\ 20 \cos^2 x + 15 \sin^2 y = 13 \end{cases}$$

$$118) \begin{cases} x + y = \alpha \\ a \cos x + b \cos y = c \end{cases}$$

$$119) \begin{cases} n_1 \cdot a^{\sin x} + p_1 \cdot b^{\sin y} = c_1 \\ n_2 \cdot a^{\sin x} + p_2 \cdot b^{\sin y} = c_2 \end{cases}$$

$$120) \begin{cases} 2 \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 8 \\ 3 \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}^2 y = 81 \end{cases}$$

$$\text{znajdziemy: } \operatorname{tg} x = \frac{13}{6}, \operatorname{tg} y = \frac{5}{6}$$

skąd następnie wyznaczysz  $x$  i  $y$

$$121) \begin{cases} 9 \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 4 \\ 2 \cotg x + 4 \cotg y = 2 \end{cases}$$

$$122) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy \operatorname{tg} z = a \\ xy(1 - \operatorname{tg} z) = b \\ x + y = c \end{cases}$$

$$123) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy \operatorname{tg} z = 3 \\ xy(1 - \operatorname{tg} z) = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$$





# Wiadomości szkolne.

---

## I.

### Grono profesorów i nauczycieli z końcem roku szkolnego 1894/5.

---

#### Dyrektor:

Hugo Zathey, doktor filozofii — (św. Jana 1. 20.)

#### Profesorowie:

Roman Spitzer — w VIII randze — (Retoryka 10). — Geografia w Ia, Ic, IVb, VI, VII; historia w IVb, VI, VII = 18 g.

Karol Kunz — w VIII randze — (Długa 58.) Chemia w IVa, IVb, Va, Vb, VI, VII; matematyka w Ib, Ic = 20 godz.

Czesław Odrowąż Pieniążek — w VIII randze — (Zielona 16). — Język polski w VI i VII, język niemiecki w IIc, IIIa = 17 g.

Kajetan Kosiński — w VIII randze — (Karmelicka 44). — Rysunki odręczne w IIb, IIIb, IVb, Va, Vb, VI = 21 g.

Leon Piccard — w VIII randze — (Karmelicka 33). — Rysunki odręczne w IIa, IIc, IIIa, IVa, VII = 19 g.

Franciszek Jeziorski — (Rynek 33). — Matematyka w IIa, VI, fizyka w IIIa, IIIb, VI = 20 g.

Czesław Tomaszewicz — (Wielopole 6). — Historia nat. we wszystkich klasach = 29 g.

Stefan Grudziński — (św. Gertrudy 5) — Język niem. IIa, Va, Vb, VI = 18 g.

Jan Bidziński — (Wielopole 6). — Matematyka w Va, Vb, VII; fizyka w IVa, IVb, VII = 23 g.

Ks. Franciszek Świdorski — Dr. św. Teologii — (Starowiślna 4). — Religia we wszystkich klasach = 28 g.

Waleryan Krywult — (Floryańska 2) — Historia i geografia w IIb, IIIa, IIIb i Va = 16 g.

Hilary Hołubowicz — (Topolowa 24). — Matematyka w IIb; Geometria w IIa, IIb, IIc, Va, Vb, VI; rysunki odręczne w Ib; matematyka w Ib = 21 g.

#### Nauczyciel pomocniczy:



## Nauczyciele zastępcy :

- Michał Kozłowski**, doktor filozofii — (Marka 2). — Matematyka w Ia IIc, IIIb = 10 g.  
**Stanisław Kępiński**, doktor filozofii, docent uniw. Jagiell. — (Wolska 5). — Matematyka, w IVa, IVb = 10 g.  
**Władysław Bojarski** — (Szlak 55). — Język polski w Ia, IVa, Vb; geografia i historia w IVa, Vb = 18 g.  
**Marceli Maternowski** — (Krótka 5). — Język polski w Ib, IIb; geografia w Ib = 10 g.  
**Józef Szczudło** — (plac Matejki 2). — Język niemiecki w Ia, Ib, IIb; kaligrafia w Ia, Ib, Ic = 24 g.  
**August Jasiński** — (Czysta 5). — Język niemiecki w IIIa, IVa, IVb, VII = 17 g.  
**Józef Szczepański** — (św. Jana 26). — Język polski w IIa, IIc; niemiecki w Ic; geografia i historia w IIa, IIc = 20 g.  
**Feliks Tobiczek** — (Siemiradzkiego 9). — Matematyka w IIa; geometria w IIIa, IIIb, IVa IVb, VII; Rys. odr. w Ic = 18 g.  
**Adam Wołek** — (Pańska 9). — Język polski w Ic, IIIa, IIIb, IVb, Va = 16 g.  
**Józef Bogacki**, asystent rys. odr. — (Krowoderska 122). — Rysunki odręczne w Ia, Ib = 8 g

## Nauczyciele przedmiotów nadobowiązkowych.

- Jerzy Gabryś**, proboszcz ewang. — Religia ewangelicka we wszystkich klasach.  
**Dr. S. Landau**, rabin — Religia mojżeszowa we wszystkich klasach  
**Roman Spitzer**  
**Waleryan Krywult**  
**Władysław Bojarski**  
**Marceli Maternowski** } Historia kraju ojczystego.  
**Józef Sierosławski**, nauka śpiewu.  
**Towarzystwo gimnastyczne „Sokół“** — gimnastyka we wszystkich klasach.

## Służba szkolna.

**Szczepan Jabłoński, Józef Jodłowski.**





## II.

## P L A N N A U K

(dla klas 1—6. nowy, dla 7 dawny).

## P r z e d m i o t y o b o w i ą z k o w e .

## KLASA I. A., B., C.

Gospodarze: pp. Szczudło, Maternowski, Wolek.

**Religia.** 2 godziny tygodniowo. Zasady katolickiej wiary i moralności.**Język polski.** 4 godziny tygodniowo. Czytanie wzorów według wypisów. Deklamacya. Należyte wygłaszanie z pamięci wzorowych utworów poetycznych, niekiedy ustępów prozaicznych. Gramatyka. Elementarna nauka o zdaniu pojedynczem i o składni zgody najważniejsze zdania poboczne; poznanie ważniejszych znaków pisarskich. Deklinacya imion. Wypracowania piśmienne, 4 na miesiąc, a mianowicie: w pierwszym półroczu wyłącznie dyktaty, ułożone systematycznie, a obejmujące ważniejsze zasady i prawa pisowni; w drugim półroczu naprzemian 2 dyktaty i wypracowania stylistyczne, szkolne i domowe.**Język niemiecki.** 6 godzin tygodniowo. Czytanie; uczenie się na pamięć słów, zwrotów i całych ustępów; zdawanie sprawy z treści czytanych ustępów na podstawie stosownych pytań; tłumaczenia; rozmówki. Znajomość odmian regularnych i zasad składni; ćwiczenia ortograficzne. Co tydzień zadania szkolne. Tematy: dyktaty, ćwiczenia ortograficzne dla praktycznej wprawy, pisanie z pamięci ustępów memorowanych, retrowersye.**Geografia.** 3 godziny tygodniowo. Wstępne pojęcia z geografii, o ile one uczniowi są potrzebne do zrozumienia mapy i o ile poglądowo wytłumaczyć się dadzą. Oro- i hydrograficzny przegląd części świata i poszczególnych państw przy nieustannej pomocy mapy.**Arytmetyka.** 4 godziny tygodniowo. Wyjaśnienie układu dziesiętkowego liczb. Pierwsze cztery działania na liczbach całkowitych, oderwanych i mianowanych. Zasady podzielności liczb; największa wspólna miara i najmniejsza wspólna wielokrotność. Ułamki zwyczajne; ułamki dziesiętne. Zamiana ułamków zwyczajnych na dziesiętne i odwrotnie. Rachunek liczbami wielorakimi.**Historya naturalna.** 3 godziny tygodniowo. Nauka poglądowa. W 1. półroczu kręgowce przeważnie ssawce i ptaki; pewna ilość stosownie dobranych postaci innych gromad. W 2. półr. bezkręgowce, szczególnie członkonogi a zwłaszcza owady; niektóre z najważniejszych i najbardziej znanych postaci z działu mięczaków i promieniaków.**Rysunki odręczne.** 4 godziny tygodniowo. Nauka poglądowa. Rysowanie płaskich utworów geometrycznych i ornamentu geometrycznego z wolnej ręki ze szczególnem uwzględnieniem linii wygiętych. Pojęcia zasadnicze z nauki o przestrzeni i wyjaśnienie poglądowe kształtów brył elementarnych.**Kaligrafia.** 2 godziny tygodniowo. Pismo zwykłe, łacińskie i niemieckie. Pismo rondowe.

## KLASA II. A., B., C.

Gospodarze: pp. Grudziński, Hołubowicz, Tomaszewicz.

**Religia.** 2 godziny tygodniowo. Dzieje starego zakonu z uwzględnieniem chronologii i geografii biblijnej.**Język polski.** 3 godziny tygodniowo. Czytanie wzorów według wypisów jak w kl. I. Dekla-



deklamacyi imion, odmiana słów. Nauka pisowni i interpunkcyi uzupełniona i rozszerzona. Ćwiczenia ortograficzne jak w kl. I. Wypracowania piśmienne: 3 na miesiąc, naprzemian dyktat, zadanie szkolne i domowe.

**Język niemiecki.** 6 godzin tygodniowo. Zdawanie sprawy z czytanych ustępów na podstawie stosownych pytań, retrowersya; dłuższe rozmówki, memorowanie słówek, zwrotów i całych ustępów. Powtórzenie odmiany regularnej, poznanie najważniejszych wyjątków, Co tydzień wypracowanie piśmienne (z tych co miesiąc jedno domowe). Tematy jak w klasie I.

**Geografia.** 2 godziny tygodniowo. Szczegółowa geografia Azji i Afryki jakoteż krajów południowo- i zachodnio-europejskich

**Historja.** 2 godziny tygodniowo. Dzieje starożytne, głównie Greków i Rzymian, ze szczególnem uwzględnieniem materyału mitycznego i biograficznego.

**Arytmetyka** 3 godziny tygodniowo. Mnożenie i dzielenie skrócone. Najważniejsze wiadomości z nauki o miarach, wagach i pieniądzech. Zamiana miar, wag i pieniędzy. Rozwiązywanie zagadnień prostych i złożonych za pomocą wnioskowania. Nauka o stosunkach, proporcjach i jej zastosowania, a mianowicie: reguła trzech, rachunek procentu prostego, dyskontu i terminu, rachunek podziału, spółki i rachunek mieszaniny.

**Historja naturalna.** 3 godziny tygodniowo. Nauka pogładowa. W I. półroczu mineralogia, a mianowicie spostrzeganie i opisywanie niewielkiej ilości gatunków minerałów bez szczególnego uwzględniania systematyki; przy sposobności należy zwracać uwagę na najzwyczajniejsze składy. W 2. półr. botanika, a mianowicie spostrzeganie i opisywanie pewnej ilości roślin nasiennych rozmaitych rodzin; powolne wprowadzanie pojęć o niektórych rodzinach według systemu naturalnego, nadto niektóre rośliny zarodnikowe.

**Geometrya i rysunki geometryczne.** 3. godziny tygodniowo. a) *Geometrya* (2 godz. tygodn.). Na podstawie wiadomości zasadniczych, nabytych w kl. I. przy rysunku odręcznym. nauka o przystawianiu trójkątów i równoległoboków, dzielenie odcinków. Najprostsze twierdzenia o cięciwach i stycznych do koła, o kątach obwodowych i kątach środkowych. Nauka o wielokątach wpisanych i opisanym na kole. Stosunek dwu odcinków proporcjonalność czterech odcinków. Podziałki zmniejszone i zwiększone. Podobieństwo trójkątów. b) *Rysunek geometryczny* (1 godz. tygodn.). Ćwiczenia w używaniu przyrządów rysunkowych w związku z przerobionym materyałem naukowym. Ornament geometryczny.

**Rysunki odręczne.** (4 godziny tygodniowo). Rysunek perspektywiczny z wolnej ręki według modeli z drutu i z drzewa. Rysowanie łatwych ornamentów płaskich w konturach

### KLASA III. A., B.

Gospodarze: pp, Tobieczyk, Jasiński.

**Religia.** 2 godziny tygodniowo. Żywot Pana Jezusa i dzieje apostołskie również z uwzględnieniem chronologii i geografii biblijnej.

**Język polski.** 3 godziny tygodniowo. Czytanie wzorów według wypisów. Czytanie, objaśnianie i zdawanie sprawy, jak w kl. I. i II. Krótkie wiadomości o życiu i pismach cenniejszych pisarzy, z których dzieł wyjątki właśnie się czyta. Deklamacya jak w kl. I. Gramatyka: Przysłówki, spójniki, przyimki. Składnia rzędu. Prawidła pisowni. Wypracowania piśmienne: 2 na miesiąc, naprzemian szkolne i domowe.

**Język niemiecki.** 5 godzin tygodniowo. Swobodniejsza reprodukeja czytanych ustępów prozaicznych i poetycznych; uwzględnienie synonimów. (zwrotów, podobną myśl wyrażających); uczenie się na pamięć. Systematyczna gramatyka w zakresie nauki o formach i składni rzędu. Co miesiąc 3 zadania (2 szkolne, 1 domowe) Tematy: retrowersye, reprodukeje ustępów w szkole czytanych, streszczenia.

**Język francuski.** 4 godziny tygodniowo. Nauka czytania; memorowanie słówek, zwrotów i zdań; retrowersya i rozmówki. Najważniejsze prawidła odmian regularnych (rodzaj-



regularnej; tworzenie najważniejszych czasów złożonych. W 1 półr. co tydzień krótki dyktat w ścisłym związku z wziętymi ustępami. W 2. półroczu co 4 tygodnie dwa dyktaty i jedno wypracowanie szkolne. Tematy do dyktatów jak w 1. półroczu; do zadań szkolnych, pisanie z pamięci memorowanych ustępów, retrowersye.

**Geografia.** 2 godziny tygodniowo. Szczegółowa geografia reszty państw europejskich (z wyjątkiem monarchii austriacko-węgierskiej) Ameryki i Australii.

**Historia.** 2 godziny tygodniowo. Przegląd dziejów średniowiecznych aż do odkrycia Ameryki z uwzględnieniem monarchii austriacko-węgierskiej i kraju rodzinnego.

**Arytmetyka.** 3 godziny tygodniowo. Rachunek ułamkami peryodycznymi i liczbami niezupełnymi w granicach żądanej dokładności. Pierwsze cztery działania na liczbach ogólnych o jednym lub więcej wyrazach. Podnoszenie liczb dziesiętnych do kwadratu i sześciannu. Wyciąganie pierwiastków kwadratowego i sześciennego z liczb dziesiętnych. Ćwiczenia w rachowaniu liczbami szczególnymi w celu powtórzenia materiału arytmetycznego z klas niższych, a to przeważnie na zagadnieniach z życia praktycznego. Rachunek procentu składanego z używaniem odpowiednich tablic.

**Fizyka.** 3 godziny tygodniowo. Ogólne własności ciał: Rozciągliwość, nieprzenikliwość, podzielność, dziurkowatość, ciężkość. Szczególne własności ciał: Stan skupienia, spójność, przyczepność, sprężystość. Nauka o cieple: Zmiana objętości, termometry, przewodzenie ciepła, zmiana stanu skupienia; ciepło topliwości i ciepło lotności, najważniejsze wiadomości o cieple promienistym. Magnetyzm: Magnesy naturalne i sztuczne, wzajemne działanie magnesów na siebie, magnetyzowanie przez rozdzielanie, pocieranie, magnetyzm ziemi, zboczenie i nachylenie magnetyczne, busola. Elektryczność: Elektryczność statyczna: stan elektryczny, elektryzowanie przez udzielanie i wpływ, elektroskop, przyrządy zgęszczające, elektrofor, maszyna elektryczna, elektryczność atmosferyczna. Galwanizm: Stosy z jednym płynem, działania termiczne prądu, wyjaśnienie elektrolizy, działania magnetyczne prądu, elektromagnesy, doświadczenia elementarne z indukcji elektrodynamicznej i magnetoelektrycznej, elektryczność termiczna. Akustyka: Powstawanie głosu, zasady nauki o ruchu falowym, prędkość przewodzenia fal, odbijanie się fal, powstawanie tonów w ogóle, wysokość tonu, brzmienie struny, prety, płyty i piszczałki, odbrzmiewanie, narząd głosowy i narząd słuchowy.

**Geometria i rysunki geometryczne.** 2 godziny tygodniowo. a) *Geometria* (1 godz. tygodn.) Obliczanie powierzchni figur prostoliniowych. Twierdzenie Pitagorasa. Przekształcanie figur prostoliniowych. Obwód i powierzchnia koła. Najprostsze własności elipsy i paraboli, dotyczące się utwarzania tych krzywych i prowadzenia stycznych do nich. b) *Rysunek geometryczny* (1 godz. tygodn.). Dalsze ćwiczenia w rysowaniu ornamentów geometrycznych.

**Rysunki odręczne.** 4 godziny tygodniowo. Rysunek perspektywiczny z wolnej ręki według modeli drewnianych, tudzież grup takich modeli. Rysowanie i malowanie ornamentów płaskich z okresu starożytności klasycznej i z wieków średnich. Ćwiczenia w rysowaniu z pamięci prostych kształtów brylowych i ornamentalnych.

## KLASA IV A., B.

Gospodarze: pp. Buszczyński, Kosiński.

**Religia.** 2 godziny tygodniowo. Wyjaśnienie ważniejszych obrzędów kościelnych z podaniem powodu i czasu ich wprowadzenia.

**Język polski.** 3 godziny tygodniowo. Czytanie wzorów jak w kl. III. Oprócz tego listy i inne zwyklesze pisma praktyczne. Deklamacja jak w kl. I. Gramatyka: Składnia w obrębie czasownika. Systematyczna nauka w zdaniach złożonych i okresach. Powtórzenie całego materiału gramatycznego w ogólniejszych zarysach. Ćwiczenia piśmienne jak w kl. III.

**Język niemiecki.** 4 godziny tygodniowo. Reprodukcyje jak w kl. III.; uczenie się na pamięć. Systematyczna gramatyka w zakresie nauki o zdaniu; uzupełnienie składni rzędu



Co miesiąc 3 zadania (2 szkolne, 1 domowe). Tematy: retrowersye, reprodukcje opowiadania, opisy, listy.

**Język** **francuski** 3 godziny tygodniowo. Zdawanie sprawy z treści czytanych ustępów na podstawie stosowanych pytań; retrowersye; dłuższe rozmówki; memorowanie słówek, zwrotów i całych ustępów. Powtórzenie i uzupełnienie odmian regularnych (przymiotnika, liczebnika, zaimka); nauka o przysłówku i przyimku; najzwyklejsze czasowniki; nieregularne. Co 4 tygodnie jeden dyktat, jedno zadanie szkolne i jedno domowe. Tematy do wypracowań jak w kl. III, przy cokolwiek zwiększonych wymaganiach.

**Geografia**, 2 godziny tygodniowo. Szczegółowa geografia monarchii austriacko-węgierskiej i kraju rodzinnego.

**Historja**, 2 godziny tygodniowo. Dzieje nowożytne od odkrycia Ameryki z uwzględnieniem historii monarchii austriacko-węgierskiej i kraju rodzinnego.

**Arytmetyka**, 5 godzin tygodniowo. *a) Arytmetyka ogólna*. Nauka o czterech pierwszych działaniach głównych, przeprowadzona na zasadach ścisłych. Prawa zasadnicze podzielności liczb. Teorya największej wspólnej miary i najmniejszej wspólnej wielokrotności, zastosowana do wielomianów. Nauka o ułamkach zwyczajnych. Zamiana ułamków zwyczajnych na dziesiętne i odwrotnie. Uzasadnienie dokładne rachunku ułamkami dziesiętnymi, a w szczególności skróconego mnożenia i dzielenia. Nauka o stosunkach i proporcjach z zastosowaniami. Nauka o równaniach stopnia pierwszego o jednej i więcej niewiadomych z zastosowaniem do rozwiązywania ważniejszych zagadnień praktycznych. *b) Planimetrya*. Pojęcia zasadnicze geometrii. Linia prosta (promień, odcinek), kąt, jego rodzaje i pomiar. Proste równoległe, koło, jego promień, cięciwa, średnica, sieczna, styczna, odcinek i wycinek. Trójkąt, wielokąt. Przystawianie figur płaskich i wynikające stąd własności tychże figur. Twierdzenia o kole, których dowodzenie polega na przystawianiu. Proporcjonalność odcinków. Podobieństwo figur prostoliniowych i wynikające stąd własności tychże figur. Twierdzenia o kole, których dowodzenie polega na podobieństwie.

**Fizyka**, 3 godziny tygodniowo. Mechanika: Ruch prostoliniowy, równoległobok prędkości, składanie i rozkładanie sił, spadanie, określenie siły jako iloczynu masy i przyspieszenia, rozszerzenie nauki o ciężkości ciał, środek ciężkości, dźwignia, belka wagi, wahadło proste, ruch centralny, siła odśrodkowa, przeszkody ruchu. Okazanie praw równowagi na maszynach prostych. Okazanie praw zasadniczych hydrostatyki zapomocą przyrządów, zasada Archimedes'a, ciężar właściwy, gęstość względna, areometr podziałkowy, ciśnienie reakcyjne. Doświadczenie Torricellego, barometry, prawo Mariotta, pompa pneumatyczna, prężność par, maszyna parowa. Optyka geometryczna: Przewodzenie światła w liniach prostych, cień fotometry, prawo odbicia, odbicie na zwierciadłach, załamanie światła, rozszczepienie światła, soczewki, wykreślanie obrazów w soczewkach dwuwypukłych i dwuwklęsłych, ciemnia optyczna, oko, warunki widzenia wyraźnego, okulary, lupa, mikroskop, najprostsze lunety, widmo słoneczne, linie Fraunhofera.

**Chemia**, 2 godziny tygodniowo. W 1 półroczu: Wiadomości wstępne. Wodór. Chlorowce. Tlen i grupa siarkowców (siarka, selen i tellur); grupa azotowców (azot, fosfor, arsen, antymon). W 2. półroczu: bor, węgiel i krzem, metale alkaliczne i metale ziem alkalicznych.

**Geometria i rysunki geometryczne**, 3 godziny tygodniowo. *a) Geometria*. (1 godz. tygodn.). Nauka o wzajemnem położeniu prostych i płaszczyzn w przestrzeni, o ile ona znajduje zastosowanie w geometrii wykreślnej. Graniastosłup, ostrosłup, walec, stożek i kula. Obliczanie powierzchni i objętości tych brył. *b) Rysunek geometryczny* 1 (godz. tygodniowo). Konstrukcja elipsy i paraboli. Rysowanie z poglądu brył stereometrycznych w rzucie poziomym i pionowym.

**Rysunki odręczne**, 3 godziny tygodniowo. Rysunek perspektywiczny z wolnej ręki prostych naczyń i części architektonicznych. Rysowanie i malowanie ornamentów płaskich



dług modeli gipsowych. Ćwiczenia w rysowaniu z pamięci brył i typowych kształtów ornamentalnych.

## KLASA V A., B.

Gospodarze: pp. Krywult, Bojarski.

- Religia.** 2 godziny tygodniowo. W 1. półroczu historyczny przegląd głównych źródeł katolickiej nauki wiary i moralności. W 2. półroczu dogmatyka katolicka.
- Język polski.** 3 godziny tygodniowo. Czytanie wzorów. Poznanie celniejszych a charakterystycznych ustępów z dzieł autorów klasycznych (greckich i rzymskich) na podstawie wzorowych przykładów. Uzupełnienie wiadomości o najważniejszych gatunkach poezji i prozy, nabytych już w klasach poprzednich. Czytanie celniejszych dzieł literatury polskiej wieku XVI. Obowiązkowa lektura domowa. Deklamacja jak w kl. I. Wypracowania stylistyczne: 7 na półrocze, naprzemian szkolne i domowe.
- Język niemiecki.** 4 godziny tygodniowo. Ćwiczenia w reprodukcji szczegółowej lektury nowszych pisarzy, przeważnie prozaicznej. Memorowanie (deklamacja). Obowiązkowa lektura domowa. Uzupełnienie wiadomości gramatycznych (ze składni rzędu, zdania i szyku). Co miesiąc 2 zadania (naprzemian domowe i szkolne). Tematy: streszczenia czytanych ustępów, opowiadania, opisy, przekłady z języka polskiego (na zadania szkolne).
- Język francuski.** 3 godziny tygodniowo. Zdawanie sprawy z treści czytanych ustępów na stosowne pytania; dłuższe rozmówki; próby samodzielnej reprodukcji czytanych ustępów; memorowanie zwrotów, zdań i całych ustępów. Uzupełnienie nauki o odmianach. Czasowniki nieregularne, niezupełne i nieosobowe; spójniki. Składnia rzędu; składnia w obrębie czasownika (tryby i czasy). Co 4 tygodnie jedno zadanie szkolne i jedno domowe. Tematy jak w klasach poprzednich: krótkie swobodne opowiadania; przekłady z języka wykładowego na język francuski.
- Geografia.** 1 godzina tygodniowo. Najważniejsze wiadomości o płodach surowych, komunikacji i przemysłu państw pozaeuropejskich na podstawie poznania tychże topicznego i fizyczno geograficznego.
- Historia.** 3 godziny tygodniowo. Dzieje starożytne, a zwłaszcza Greków i Rzymian.
- Matematyka.** 5 godzin tygodniowo. a) *Arytmetyka ogólna.* Nauka o potęgach i pierwiastkach. Liczby wymierne i niewymierne, rzeczywiste i urojone. Nauka o logarytmach. Układ i użycie tablic logarytmowych. Równania stopnia 2. i równania dwukwadratowe o jednej niewiadomej. Przykłady równań stopnia 2. o dwu niewiadomych. Równania wykładnicze. b) *Planimetria.* Równość, przekształcanie, podział i powierzchnia figur prostoliniowych. Wielokąt foremny wpisane i opisane na kole. Pomiar koła. c) *Trygonometria płaska.* Funkcje goniometryczne i najważniejsze związki między nimi. Układ i użycie tablic trygonometrycznych. Twierdzenia zasadnicze o rozwiązywaniu trójkątów płaskich. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych i ukośnokątnych. Zastosowanie do niektórych przypadków złożonych i do rozwiązywania zagadnień z cyclo-metrii i geodezyi.
- Historia naturalna.** 3 godziny tygodniowo. *Zoologia.* Najważniejsze wiadomości o budowie ciała ludzkiego i funkcjach jego organów. Kręgowce i ważniejsze gromady bezkręgowych z uwzględnieniem ich anatomii, morfologii i rozwoju, lecz pominięciem wszystkiego, co wkracza w zakres systematycznych szczegółów.
- Chemia.** 2 godziny tygodniowo. W 1. półr.: Reszta metali; powtórzenie ważniejszych zasad teoretycznych. W 2. półr.: węglowodory nasycone (parafiny) i połączenia pochodne, z nich wywiedzione, jak: alkohole jednoatomowe, kwasy tłuszczowe, i t. p. Węglowodany.
- Geometria wykreslna.** 3 godziny tygodniowo. Powtórzenie twierdzeń najważniejszych o wzajemnem położeniu prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Rozwiązywanie głównych zagadnień geometrii wykreslniej za pomocą rzutów prostokątnych, konstrukcja cieniów,



rzuty punktów i prostych na dwie i trzy rzutnie; ślad prostych, proste równoległe, przecinające się i skośne, ślady płaszczyzn, wyznaczenie śladów płaszczyzny, której położenie jest określone. Cień rzuczony przez odcinek prosty. Figury płaskie i ich cień. Punkt przecięcia się prostej i płaszczyzny. Kąt nachylenia płaszczyzny do rzutni. Obrót punktu. Długość rzeczywista odcinka. Kład płaszczyzny. Wielkość rzeczywista figury. Prosta prostopadła do płaszczyzny. Różne zagadnienia.

**Rysunki odręczne.** 3 godziny tygodniowo. Wyjaśnienie budowy głowy i twarzy ludzkiej, oraz ćwiczenia w rysowaniu głów według tablic ściennych, wzorów podręcznych i medalionów. Powtórzenie i dalszy ciąg materiału naukowego kład poprzednich. Przy sposobności wyjaśnienie porządków w architekturze starożytnej.

## KLASA VI.

Gospodarz: p. Spitzer.

**Religia.** 2 godziny tygodniowo. Etyka katolicka.

**Język polski.** 3 godziny tygodniowo. Czytanie wzorów. Poznanie celniejszych a charakterystycznych ustępów z autorów klasycznych (greckich i rzymskich) na podstawie wzorowych przekładów. Czytanie celniejszych dzieł literatury polskiej od początku XVII wieku do r. 1822. Mickiewicz. Poznanie nowożytnych gatunków poezji i prozy. Ćwiczenia w wykładzie ustnym. Obowiązkowa lektura domowa. Deklamacya jak w kl. I. Wypracowania stylistyczne jak w kl. V.

**Język niemiecki.** 4 godziny tygodniowo. Pogląd na rozwój dawniejszej literatury niemieckiej aż do Klopstocka; dokładniejsza, na lekturze celniejszych dzieł oparta, znajomość epoki klasycznej od Klopstocka r. 1794, ze szczególnem uwzględnieniem Lessinga. Herdera. Podanie zasad poetyki i stylistyki. Deklamacya; obowiązkowa lektura domowa. Co miesiąc 2 zadania (naprzemian szkolne i domowe). Tematy: opisy, tok myśli czytanych ustępów, łatwiejsze rozprawki, przekłady z języka polskiego (na zad. szkolne).

**Język francuski.** 3 godziny tygodniowo. Dokończenie nauki gramatycznej; zwroty imiesłowowe, zdania przysłówkowe. Czytanie większych ustępów z prozy powieściowej i opisy; wzory poezji epickiej i lirycznej; krótkie szkice biograficzne tych autorów z których dzieł wyjątki właśnie się czyta i ćwiczenia ustne. Nauki udziela się w języku francuskim. Co 4 tygodnie jedno zadanie szkolne i jedno domowe. Tematy: swobodna reprodukcja przerobionych w szkole ustępów powieściowych; streszczanie ustępów większych; przerabianie poematów opisowych na prozę; listy; przekłady na język francuski w ścisłem zastosowaniu do pewnych prawideł składni, z zachowaniem zasady stopniowania, aż do przekładu dzieł oryginalnych.

**Geografia.** 1 godzina tygodniowo. Tożsamość państw europejskich z wyjątkiem monarchii austriacko-węgierskiej.

**Historia.** 3 godziny tygodniowo. Dzieje średniowieczne i nowożytne, aż do pokoju westfalskiego ze szczególnem uwzględnieniem historii austriacko-węgierskiej i kraju rodzinnego.

**Matematyka.** 4 godziny tygodniowo. a) *Arytmetyka ogólna.* Ułamki ciągłe, ich wartości przybliżone. Równania nieoznaczone stopnia 1 i niektóre równania nieoznaczone stopnia 2 o dwu niewiadomych. Szeregi arytmetyczne. Postępy geometryczne. Zastosowanie do rachunku procentu składanego i rachunku rent. Nauka o połączeniach. Dwumian Newtona dla wykładników całkowitych i dodatnich. b) *Stereometria.* Najważniejsze twierdzenia o wzajemnem położeniu prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Zasadnicze własności naroży w ogólności, a w szczególności naroży trójsiecznych (naroża biegunowo odpowiednie). Przystawanie i symetria. Graniastosłupy i ostrosłupy, ich własności ogólne i przystawanie. Obliczanie powierzchni i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i ostrosłupów ściętych i pryzmatoidy. Bryły foremne, walec, stożek i kula. c) *Trygonometria sferyczna.* Zasadnicze własności trójkąta sferycznego (trójkąt biegunowo odpowiedni). Wzory zasadnicze do rozwiązywania trójkątów sferycznych prostokątnych i ukośnokątnych. Zastosowanie do niektórych zagadnień prostych ze stereometrii, geografii matematycznej i astronomii.

**Historia naturalna.** 2 godziny tygodniowo. *Botanika.* Poznanie gromad świata roślinnego w ich naturalnym porządku z uwzględnieniem ich budowy anatomiczno-morfologicznej, jakoteż fizjologii roślin w ogólności. Cechy najważniejszych gromad, z opuszczeniem wszystkiego co wchodzi w zakres szczegółów systematyki.

**Fizyka.** 3 godziny tygodniowo. Uzupełnienie wiadomości o własnościach ogólnych ciał, nabytych w klasach niższych, drobina, atom. Stany skupienia, spójność, sprężystość i wytrzymałość. *Mechanika:* Statyka punktu materialnego i punktów stałe połączone, moment siły, środek ciężkości, para sił, stałość podparcia, tarcie. Dynamika punktu materialnego, praca mechaniczna, energia kinetyczna, ruch drgający punktu materialnego, ruch krzywoliniowy, siła odśrodkowa, rzut pośrodkowy. Dynamika punktów stałe połączonych, ruch środka ciężkości, określenie momentu bezwładności. Wahadła fizyczne. Maszyny proste. Objaśnienie zasady prac przygotowanych na dźwigni. Przelad najważniejszych zjawisk.



na powierzchni, rurki włoskowate. Ciśnienie hydrostatyczne, parcie plynów, równowaga ciał pływających. Areometr podziałkowy, prędkość wypływu. Ciśnienie powietrza, barometry. Prawo Mariotta i Gay Lussaca, zjawiska które na nich polegają. Pomiar barometryczny wysokości. Utrata ciężaru ciał w powietrzu. *Nauka o ruchu falowym*. Fale podłużne i fale poprzeczne. Prawo Huygheusa, najogólniejsze twierdzenia o odbijaniu, załamывania się i interferencji fal. *Akustyka*: Powstawanie głosu, wyznaczanie wysokości tonu, skala tonów, brzmiące struny, pręty, płyty i powietrze. Odbijanie się i interferencya fal głosowych, tony kombinacyjne, barwa tonu. Narząd głosowy i narząd słuchowy.

**Chemia.** 2 godziny tygodniowo. W 1 półr: Połączenia organiczne nienasycone. Ciała aromatyczne, glukosydy i alkaloidy. W 2 półr: Ciała białkowe. Zarys chemii fizyologicznej roślin i zwierząt.

**Ge. metya wykreślina.** 3 godziny tygodniowo. Rzuty prostokątne graniastosłupów i ostrosłupów, przekroje płaskie tych brył i ich siatki. Cienie tych brył. Wykreślanie walców, stożków, i powierzchni obrotowych rzędu drugiego. Płaszczyzny styczne do tych powierzchni i wzajemne ich przenikanie się. Wyznaczanie cieniów tych powierzchni i granicy ich cieniów własnych.

**Rysunki odręczne.** 3 godziny tygodniowo. Rysowanie głów według płaskorzeźb wypukłych, masek i biustów, a w danym razie według wzorów. Powtórzenie i ciąg dalszy materiału naukowego klas poprzednich. Przy sposobności wyjaśnienia kształtów architektury ornamentyki średniowiecznej.

## KLASA VII.

Gospodarz: p. Bidziński.

**Religia.** 2 godziny tygodniowo. Historia kościelna według książki Robitscha, tłumaczył Jachimowski.

**Język polski.** 3 godziny tygodniowo. Czytanie arcydzieł literatury narodowej wieku XIX. od wystąpienia Brodzińskiego i Mickiewicza w dłuższych wyjątkach według wypisów lub w całości. Deklamacya jak w kl. V. Ćwiczenia ustne. Wypracowania stylistyczne co miesiąc, przeważnie domowe. Tematy w I. półroczu jak w klasie VI.; nadto na podstawie nauki języka ojczystego; czasem charakterystyki główniejszych osób w utworach; w II. półroczu także wyjaśnienia lub rozbiory głębszych zdań i przysłów lub mniejszych utworów w całości.

**Język niemiecki.** 4 godziny tygodniowo. Objaśnianie twory najcelniejszych poetów, z poglądem na historię literatury poczynsz od Klopstocka. Jako podręcznik do lektury i tłumaczenia służyły Wypisy niemieckie Harwota II. tom. Co 14 dni ćwiczenia piśmienne.

**Geografia.** 1 godzina tygodniowo. Geografia i statystyka monarchii austriacko-węgierskiej ze szczególnem uwzględnieniem stosunków handlowo-przemysłowych; książka jak w II. klasie i Dra Szaaniewicza: Opis monarchii austriacko-węgierskiej.

**Historya** 3 godziny tygodniowo. Historia nowsza od odkrycia Ameryki z uwzględnieniem dziejów monarchii austriackiej historii polskiej. Podręcznik Gindelego III tom tłumaczył Markiewicz.

**Matematyka.** 5 godzin tygodniowo. Zrównanie stopnia trzeciego, zasady rachunku prawdopodobieństwa w zastosowaniu do ubezpieczenia na życie. O szeregach stopnia wyższego, włącznie problemat interpelacyjny, o zbieżności i rozbieżności szeregów. Zastosowanie trygonometrii sferycznej do zadań stereometrii, w szczególności do sferycznej astronomii; analityczna geometrya płaska i powtórzenie przedmiotu klasy V. i VI. Co 14 dni zadanie szkolne.

**Fizyka.** 4 godziny tygodniowo. Akustyka, optyka, ciepło promieniste, elektryczność, magnetyzm. Główne zasady z geografii matematycznej i fizycznej, meteorologii i astronomii. Podręcznik Soleskiego.

**Historya naturalna.** 3 godziny tygodniowo. W półroczu I: Krystalografia i mineralogia. w półroczu II.: geognozya i geologia. Książka: Mineralogia Łomnickiego.

**Chemia.** 2 godziny tygodniowo. Dalszy ciąg chemii organicznej, mianowicie: alkohole i kwasy rodni dwu- i trójatomowych, związki aromatyczne, cukry barwiki, połączenia sinu, alkaloidy, ciała białkowe i powtórzenie przedmiotu z kl. V. i VI. Podręcznik jak w kl. V.

**Geometrya wykreślina.** 3 godziny tygodniowo. Konstrukcyja cienia własnego i cienia rzuczonego powierzchni obrotowych i brył złożonych. Nauka konstrukcyi obrazów perspektywicznych za pomocą metody przeźroczna i perspektywy wolnej przedmiotów technicznych. Powtórzenie przedmiotu wziętego w kl. V. i VI.

**Rysunki odręczne.** 4 godziny tygodniowo. Rysunek form ornamentalnych z zakresu architektury wzorów gipsowych i głowy z antyku.



## III. Wykaz książek szkolnych dla zakładu

| Klasa | Religia                                                           | Język polski                                                                                                        | Język niemiecki                                                          | Język francuski                                            | Geografia                                                       |
|-------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| I.    | Katechizm większy dla szkół ludowych ks. Morawskiego.             | Gramatyka Maleckiego wyd. VII. Wypisy polskie Próchnickiego i Wójcika tom I wyd. I i II.                            | German-Petelenz: Ćwiczenia niemieckie dla kl. I. wyd I—III.              | —                                                          | Benoni-Tatomir, wydanie IV, V i VI.                             |
| II.   | Dąbrowski: Historia biblijna starego zakonu, wydanie I, II i III. | Gramatyka Maleckiego wyd. VIII. Próchnicki i Wójcik Wypisy polskie na kl. II. Zipser: Mitologia wydzie w ciągu roku | German Petelenz: Ćwiczenia niemieckie dla kl. II. wyd. I i II            | —                                                          | Baranowski i Dziedziński: Geografia powszechna wyd. IV—VII.     |
| III.  | Dąbrowski: Historia biblijna nowego zakonu, wydanie I i II.       | Gramatyka Maleckiego wyd. VIII. Wypisy polskie Czubka i Zawilńskiego na kl. III. Mitologia jak w II kl.             | Petelenz: Gramatyka. Wypisy: German-Petelenz dla kl. III. wyd. I i II.   | J. Amborski: książka do nauki jęz. francuskiego część I.   | jak w kl. II wydanie IV, V i VI.                                |
| IV.   | Jachimowski: Liturgia katolicka.                                  | Gramatyka Maleckiego wyd. VIII. Wzory poezji i prozy Fr. Próchnickiego Mitologia. jak II. w kl.                     | Petelenz: Gramatyka jak w kl. III. Wypisy: German-Petelenz dla klasy IV. | J. Amborski: książka do nauki jęz. francuskiego część II.  | Benoni-Majerski: Geografia monarchii austr.-węgiers. wyd. II.   |
| V.    | Wappler-Świsterski: Nauka wiary katolickiej.                      | Tarnowski-Bobin: Wypisy dla szkół realn. Tom I. Zathay: Analogia grecka                                             | Petelenz u. Werner: Deutsches-Lesebuch für die V. Classe.                | J. Amborski: książka do nauki jęz. francuskiego część III. | jak. w kl. III.                                                 |
| VI.   | Martin-Solecki: Etyka. Wyd. I i II.                               | jak w kl. V.                                                                                                        | Petelenz u. Werner: Deutsches-Lesebuch für die VII. Gymnasialcl.         | jak w V. kl.                                               | jak. w kl. III                                                  |
| VII.  | Historia kościelna Wapplera.                                      | Wypisy polskie Tarnowskiego i R. Bobina Część II. Antologia jak w kl. V.                                            | Petelenz Werner: Lesebuch für die VIII. Gymnasialcl.                     | —                                                          | Hanak-Leniek: Historia i statystyka aust.-węgierskiej monarchii |

## przepisanych na rok szkolny 1895/6.

| Historia                                                                           | Matematyka                                                                          | Historia naturalna                                                                                  | Fizyka                                        | Chemia                                          | Geometria wykreślna                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| —                                                                                  | Zajączkowski: Początki arytmetyki, część I, wyd. III.                               | Nowicki-Limbach: Zoologia wyd. VII w druku                                                          | —                                             | —                                               | —                                                               |
| Semkowicz: Opowiadania z dziejów powszechnych, część I.                            | jak w kl. I.                                                                        | Łomnicki: Mineralogia, wydanie II i III. Rostafiński: Botanika szk. na kl. niższe, wyd. III w druku | —                                             | —                                               | Mocnik Maryniak: Geometria pogładowa, część I. wyd. VI.         |
| Semkowicz: Opowiadania z dziejów powszechnych, część II. Rawer, Dzieje ojczyście.  | Zajączkowski: Początki arytmetyki i algebry, część II, wyd. II.                     | —                                                                                                   | Kawecki-Tomaszewski: Fizyka dla niższych klas | —                                               | Mocnik: Maryniak: Geometria pogładowa, część II. wyd. III i IV. |
| Semkowicz: Opowiadania z dziejów powszechnych, część III. Rawer, Dzieje ojczyście. | Dziwiński: Zasady algebry. Mocniak - Stanecki: Geometria wyd. III. Logarytmy Adama. | —                                                                                                   | jak w III kl.                                 | Wykład chemii ogólnej E. Bandrowskiego Część I. | jak w kl. III.                                                  |
| W. Zakrzewski: Historia powszechna, część I.                                       | jak w IV. kl.                                                                       | Petelenz: Zoologia dla wyższych klas szkół średnich.                                                | —                                             | —                                               | Łazarski: Zasady geometrii wykreślnej.                          |
| Zakrzewski: Historia powszechna Część II. Lewicki: zarys dziejów Polski.           | jak w IV kl.                                                                        | Rostafiński: Botanika szkolna dla kl. wyższych.                                                     | Kawecki-Tomaszewski: Fizyka dla wyższych klas | —                                               | jak w kl. V.                                                    |
| Gindely-Markiewicz: Dzieje nowożytne wyd. I i II. Lewicki jak w kl. VI.            | jak w IV kl.                                                                        | Łomnicki: Mineralogia i geologia, wyd. III.                                                         | jak w kl. VI                                  | —                                               | jak w kl. V.                                                    |



## IV.

## Tematy wypracowań piśmiennych.

## A. Zadania polskie.

## KLASA V A.

1. Treść „Przemowy Mikołaja Reya do pocziwego Polaka stanu rycerskiego“ (w skróceniu).
2. Opis ogrodu strzeleckiego.
3. Rozwinąć myśl zawartą w pieśni Jana Kochanowskiego: „Sława jedna zostaje po człowieku“.
4. Jakie znaczenie miały dla starożytnych Greków amfiktyonie?
5. Tok myśli w „Satyrze“ Jana Kochanowskiego.
6. O starożytnych budowlach u Egipcyan.
7. Jaki jest główny wątek kazania Skargi „O miłości ojczyzny“.
8. Podać tok myśli dyalogu „Antenor, Alexander“ i pierwszego chóru, oraz podać związek zachodzący między chórem, a dyalogiem z „Odprawy posłów greckich“.
9. Zima, jej przyjemności i biedy.
10. Treść trenu „XIX“ J. Kochanowskiego.
11. Wielki rynek krakowski.
12. Pożegnanie Hektora z Andromachą.
13. Znaczenie i zasługi X. Piotra Skargi.
14. Odysseus u Kiklopa Polifema.

*A. Wołek.*

## KLASA V B.

1. Nasza wystawa i jej znaczenie.
2. Stanowisko Fenicyan w dziejach starożytnego wschodu.
3. „Nic nie może być szkodliwszego młodemu człowiekowi, jako nikczemne próżnowanie“ Rozwinąć myśl zawartą w dziele Reja: Żywot człowieka pocziwego.
4. Jakie czynniki powołały do życia literaturę polską w wieku szesnastym?
5. Jan Dęborog na nauce u księdza definitora.
6. Znaczenie Modrzewskiego w politycznej literaturze szesnastego wieku.
7. Zarys historyczny rozwoju demokracji w Atenach
8. Rozwinąć myśl Kochanowskiego: „Zwycięstwo liczby nie chce, męstwa potrzebuje“.
9. O wpływie greckiej tragedji na „Odprawę posłów“ Jana Kochanowskiego.
10. Znaczenie Konrada Wallenroda w naszej literaturze.
11. Obraz wewnętrznych stosunków w państwie rzymskiem w połowie drugiego stulecia przed Chrystusem.
12. Charakterystyka Podkomorzego w komedji Niemcewicza „Powrót posła“
13. W jaki sposób Perykles w mowie na cześć poległych uzasadnia zdanie, że „Ateny są szkołą Hellady“?
14. Na czym polega powszechnodziejowe znaczenie cesarstwa rzymskiego?.

*Władysław Bojarski.*



## KLASA VI.

1. Dlaczego łacina była w wiekach średnich językiem piśmiennym?
2. Jak się ukoił żal Kochanowskiego po śmierci Urszulki?
3. Mili goście Piotra Zbylitowskiego.
4. Potem wyższego męża możesz poznać w tłumie,  
Że on zawsze to tylko zwykł robić, co umie. *A. Mickiewicz.*
5. To miasto, świat zwalczywszy i siebie zwalczyło,  
By nie niezwalzonego od niego nie było.  
*(Z Epitahium Rzymowi Mikołaja Sępa Szarzyńskiego.)*
6. Treść i znamiona charakterystyczne komedyi Piotra Baryki: „Z chłopów król“.
7. Tok myśli w wierszu Brodzińskiego: „Dziadek“.
8. Przyjemności życia na wsi i w mieście.
9. Jakie zarzuty czynił Skarga sejmom polskim?
10. Przez co obniża się poziom literatury w okresie czwartym?
11. Nie puszczaj się w studnię, aż wprzód upatrzysz, jako z niej wyleść!  
*(A. M. Fredro.)*
12. Treść satyry Krasickiego „Modna żona“.
13. Tok myśli w „Hymnie do Boga“ Woronicza.
14. Jak się Jan Śniadecki zapatruje na poprawność języka?

## KLASA VII.

1. Geneza „Grażyny“.
2. Gustaw w Dziadach.
3. Stanowisko Polski za Kazimierza Jagiellończyka.
4. Myśl przewodnia „Irydiona“.
5. „Pieśń o husarzach“ Józefa Szujskiego.
6. Polityka Stefana Batorego względem Moskwy.
7. Dlaczego teatr dopiero na schyłku XVIII wieku ustalił się w Polsce?
8. Niewdzięczność świata bywa często udziałem znakomitych ludzi.
9. Jaki sobie obiorę zawód i dlaczego?
10. Rozwinąć myśli, które się nasuwają, po przeczytaniu piątego ustępu „Pokutnika“ Stefana Witwickiego.
11. Wpływ Byrona na literaturę europejską.
12. J. I. Kraszewski i J. Korzeniowski jako powieściopisarze.  
*Cz. Pieniążek.*

## B. Zadania niemieckie.

## KLASA VA i B.

1. Das Birkenreis (Eine Nacherzählung des Märchens).
2. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
3. Der Zauberlehrling (Inhalt).
4. Der Nutzen des Wassers.
5. Das Waichnachtsfest, ein Freudenfest.
6. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
7. Die Sage vom trojanischen Kriege.
8. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
9. Thetis und Achilles. (Nacherzählung des poetischen Stückes).
10. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
11. Ein Frühlingstag.



12. Major Tellheims Edelsien.
13. Spaziergang an einem Frühlingstage.
14. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
15. Der Schild des Achilles.
16. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.

#### KLASA VI.

1. Hildebrands Heinikehr.
2. Parzival auf der Gralburg.
3. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
4. Hüons Reise nach Bagdad.
5. Der Zürchersee (Gedankengang der Ode).
6. Eine Uibersetzung aus dem polnischen Litteraturbuch).
7. Die Natur im Herbst.
8. Der Nutzen der Wälder.
9. Uibersetzung aus dem Polnischen.
10. Kaiphas erzählt seinen Traum im jüdischen Synedrium (aus Klopstocks Messiade).
11. Der Lehrling der Griechen (Gedankengang der gleichnamige Oden Klopstocks).
12. Wohlthätig ist des Teuers Macht.
13. Uibersetzung aus dem Polnischen.
14. Inhalt des I. Gesangs aus „Hermann und Dorothea“.
15. Uibersetzung eines Litteraturstückes aus dem polnischen Lesebuch.
16. Miltons „Verlorenes Paradies“ verglichen mit Klopstocks „Messias“ in Bezug auf Inhalt und Form.
17. Uibersetzung eines polnischen Übungsstückes ins Deutsche.

*S. Grudziński.*

#### KLASA VII.

1. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
2. Gedankengang in Schillers „Spaziergang“.
3. Vorfabel zu Schillers „Braut von Messina“.
4. Warum und wann werden die Glocken geläutet. (Nach Schillers „Lied von der Glocke“).
5. Eine Uibersetzung aus dem Polnischen.
6. Der Einfluss der Musik auf den Menschen.
7. Grillparzer in Weimar.
8. Ein Spaziergang im Herbst.

*A. Jasiński.*

#### C. Egzamin dojrzałości.

**Zadanie polskie:** Charaktery najgłówniejszych postaci w utworach Mickiewicza.

**Zadanie polsko-niemieckie:** „Zgon rycerza“. Wypisy polskie dla kl. IV szkół gimnazyalnych i realnych, ułożył Jan Czubek i Roman Zawiliński. Lwów 1894. str. 123aż do słów: Noc była ciepła ale chmurna.

**Zadanie niemiecko-polskie:** „Die Ausgrabungen in Pompeji“. Petelenz — Werner. Deutsches Lesebuch. Fünfte Classe. Lemberg 1892. S. 236, bis zu den Worten: In neuster Zeit ist dies anders.



**Zadania matematyczne:** 1. Znaleźć powierzchnię kwadratu, wpisanego w elipsę:  $25x^2 - 14xy + 25y^2 - 50 = 0$ .

2. Jaka jest szerokość geograficzna takiego miejsca, gdzie dzień przy zboczeniu słońca  $10^{\circ} 14'$  jest tak długi, jak w Krakowie 21 czerwca.

3. Kapitał 4500 zł. umieszczony na procencie składanym po 4%, powiększa się przy końcu każdego roku o 200 zł. Jaka będzie wartość całej sumy po 10 latach?

**Zadania z geometryi wykresnej:** (Przez punkt M poprowadzić płaszczyznę równoległą do danej prostej L a pod  $\angle 60^{\circ}$  do jednej z płaszczyzn rzutów nachyloną.

2. Wyznaczyć cień własny i rzucony kuli opisanej na sześcianie o danej długości krawędzi.

3. Wykreślić perspektywę stożka, którego oś jest nachylona do tła pod danym kątem, a podstawa znajduje się na danej płaszczyźnie.

## V.

### Przedmioty nadobowiązkowe.

1. **Historia kraju rodzinnego** w 7 oddziałach po jednej godz. tygodn. Uczestniczyli w nauce tego przedmiotu wszyscy uczniowie klas III a, b i c, IV a i b, VI i VII. Książka: Dra Lewickiego Żarys historii Polski. Remuneracja 350 zlr.

2. **Śpiew** w dwóch oddziałach po dwie godziny tygodniowo. Liczba uczniów 92. Remuneracja 200 zlr.

3. **Gimnastyka** w 2 oddziałach po dwie godziny tygodniowo. Liczba uczniów: Oddział I (kl. I abc i IIabc) 112; oddział II (III—VII) 85; razem 197. Remuneracja 300 zlr. i 100 zlr. za przyrządy i salę.



## VI.

## ZAPISKI STATYSTYCZNE.

(Liczba dodana z góry oznacza prywatystów).

|                                                | W KLASIE |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 | Razem           |                   |
|------------------------------------------------|----------|----|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----|----|-----------------|-----------------|-------------------|
|                                                | I.       |    |    | II.             |                 |                 | III.            |                 |                 | IV.             |                 | V. |    | VI.             |                 | VII.              |
|                                                | a        | b  | c  | a               | b               | c               | a               | b               | c               | a               | b               | a  | b  |                 |                 |                   |
|                                                |          |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |                 |                   |
| <b>I. Liczba uczniów.</b>                      |          |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |                 |                   |
| Z końcem roku szkolnego 1893/94 . . . . .      | 28       | 40 | 33 | 29 <sup>1</sup> | 33 <sup>1</sup> | 22 <sup>1</sup> | 32 <sup>2</sup> | 32 <sup>4</sup> | 21 <sup>2</sup> | 34 <sup>1</sup> | 32 <sup>3</sup> | 30 | —  | 38 <sup>1</sup> | 20              | 424 <sup>16</sup> |
| Z początkiem roku szkolnego 1894/95 . . . . .  | 35       | 49 | 54 | 39 <sup>1</sup> | 42              | 32              | 37              | 44              | —               | 36              | 40              | 28 | 25 | 23 <sup>1</sup> | 29 <sup>5</sup> | 513               |
| W ciągu roku wstąpiło . . . . .                | 1        | 1  | 1  | —               | 1               | 1               | —               | 1               | —               | 1               | 1               | —  | 2  | 1               | 1               | 12                |
| Ogółem więc przyjęto . . . . .                 | 36       | 50 | 55 | 39 <sup>1</sup> | 43              | 33              | 37              | 45              | —               | 37              | 41              | 28 | 27 | 24 <sup>1</sup> | 30 <sup>5</sup> | 525               |
| Miedzy tymi przybyło nowych:                   |          |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |                 |                   |
| a) z promocją z niższej klasy . . . . .        | 35       | 49 | 51 | 5               | 5               | 1               | 1               | 3               | —               | 5               | 1               | —  | 2  | 1               | 1               | 160               |
| b) repetentów . . . . .                        | —        | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —               | —                 |
| Z tutejszego zakładu przyjęto:                 |          |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |                 |                   |
| a) z promocją z niższej klasy . . . . .        | —        | —  | —  | 27 <sup>1</sup> | 34              | 30              | 34              | 39              | —               | 28              | 38              | 25 | 20 | 19 <sup>1</sup> | 29 <sup>5</sup> | 323               |
| b) repetentów . . . . .                        | 1        | 1  | 4  | 7               | 4               | 2               | 2               | 3               | —               | 4               | 2               | 3  | 5  | 4               | —               | 42                |
| W ciągu roku wystąpiło:                        | 5        | 6  | 19 | 6               | 1               | 10              | 7               | 5               | —               | 1               | 4               | 2  | 1  | —               | —               | 67                |
| Liczba uczn. z końcem r. szk. 1894/5 . . . . . | 31       | 44 | 36 | 33 <sup>1</sup> | 42              | 23              | 30              | 40              | —               | 36              | 37              | 26 | 26 | 24 <sup>1</sup> | 30 <sup>5</sup> | 458               |
| miedzy tymi a) publicznych                     | 31       | 44 | 36 | 33              | 42              | 23              | 30              | 40              | —               | 36              | 37              | 26 | 26 | 24              | 30              | 458               |
| b) prywatnych                                  | —        | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —               | —                 |
| <b>2, Miejsce urodzenia (kraj).</b>            |          |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |                 |                   |
| W. ks. Krakowskie . . . . .                    | 14       | 22 | 10 | 16 <sup>1</sup> | 20              | 6               | 20              | 16              | —               | 16              | 16              | 9  | 11 | 8               | 15 <sup>2</sup> | 199               |
| Galicya . . . . .                              | 15       | 10 | 15 | 12              | 12              | 12              | 7               | 8               | —               | 12              | 16              | 11 | 11 | 15 <sup>1</sup> | 11 <sup>1</sup> | 167               |
| Bukowina . . . . .                             | 2        | —  | —  | —               | 1               | —               | —               | 1               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —               | 4                 |
| Szląsk . . . . .                               | —        | —  | 1  | 1               | 1               | —               | —               | 1               | —               | —               | 1               | —  | —  | —               | —               | 5                 |
| Morawy . . . . .                               | —        | 1  | —  | —               | 1               | 1               | 1               | —               | —               | 1               | —               | 1  | —  | —               | —               | 6                 |
| Czechy . . . . .                               | —        | 1  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —               | 1                 |
| Austria dolna . . . . .                        | —        | —  | —  | 1               | —               | —               | —               | 1               | —               | 1               | —               | —  | —  | —               | —               | 3                 |
| Austria górna . . . . .                        | —        | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | 1  | —  | —               | —               | 1                 |
| Królestwo polskie . . . . .                    | —        | 7  | 9  | 3               | 6               | 3               | 2               | 10              | —               | 2               | 2               | 1  | 3  | 1               | 4 <sup>2</sup>  | 53                |
| Podole . . . . .                               | —        | —  | —  | —               | —               | —               | —               | 1               | —               | —               | —               | 2  | —  | —               | —               | 3                 |
| Wołyń . . . . .                                | —        | 1  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —               | 1                 |
| Ukraina . . . . .                              | —        | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | 1               | —               | —  | —  | —               | —               | 1                 |
| Litwa . . . . .                                | —        | 1  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | 1               | 1               | —  | —  | —               | —               | 3                 |
| Rumunia . . . . .                              | —        | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | 1               | —               | —  | —  | —               | —               | 2                 |
| W. ks. Poznańskie . . . . .                    | —        | 1  | —  | —               | 1               | —               | —               | 1               | —               | —               | —               | 1  | 1  | —               | —               | 5                 |
| Niemcy . . . . .                               | —        | —  | 1  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —               | 1                 |
| Francya . . . . .                              | —        | —  | —  | —               | —               | 1               | —               | 1               | —               | —               | 1               | —  | —  | —               | —               | 3                 |
| Razem . . . . .                                | 31       | 44 | 36 | 33 <sup>1</sup> | 42              | 23              | 30              | 40              | —               | 36              | 37              | 26 | 26 | 24 <sup>1</sup> | 30 <sup>5</sup> | 458               |



|                                          | W K L A S I E |    |    |                 |    |    |      |    |   |     |    |    |    |                 |                 | Razem |
|------------------------------------------|---------------|----|----|-----------------|----|----|------|----|---|-----|----|----|----|-----------------|-----------------|-------|
|                                          | I.            |    |    | II.             |    |    | III. |    |   | IV. |    | V. |    | VI.             | VII             |       |
|                                          | a             | b  | c  | a               | b  | c  | a    | b  | c | a   | b  | a  | b  |                 |                 |       |
| 3. Narodowość.                           |               |    |    |                 |    |    |      |    |   |     |    |    |    |                 |                 |       |
| Polaków . . . . .                        | 28            | 42 | 36 | 33 <sup>1</sup> | 38 | 23 | 30   | 39 | — | 36  | 36 | 25 | 26 | 23 <sup>1</sup> | 29 <sup>5</sup> | 444   |
| Rusinów . . . . .                        | 1             | 1  | —  | —               | 1  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | —               | —               | 3     |
| Czechów . . . . .                        | 2             | —  | —  | —               | 1  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | —               | —               | 3     |
| Niemców . . . . .                        | —             | 1  | —  | —               | 2  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | —               | 1               | 4     |
| Francuzów . . . . .                      | —             | —  | —  | —               | —  | —  | —    | —  | — | —   | 1  | 1  | —  | 1               | —               | 4     |
| Razem . . . . .                          | 31            | 44 | 36 | 33 <sup>1</sup> | 42 | 23 | 30   | 40 | — | 36  | 37 | 26 | 26 | 24 <sup>1</sup> | 30 <sup>4</sup> | 458   |
| 4. Wyznanie.                             |               |    |    |                 |    |    |      |    |   |     |    |    |    |                 |                 |       |
| Obrządku rzymsko-kat. . . . .            | 22            | 31 | 32 | 26 <sup>1</sup> | 37 | 19 | 27   | 35 | — | 34  | 34 | 20 | 22 | 22 <sup>1</sup> | 24 <sup>3</sup> | 385   |
| „ grecko-kat. . . . .                    | 1             | 1  | —  | —               | 1  | 1  | —    | —  | — | —   | —  | 1  | —  | —               | —               | 5     |
| Ewang. wyzn. ausburgsk. . . . .          | —             | 1  | 1  | —               | —  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | —               | 1               | 3     |
| Mojżeszowego . . . . .                   | 8             | 11 | 3  | 7               | 4  | 3  | 3    | 5  | — | 2   | 3  | 5  | 4  | 2               | 5 <sup>2</sup>  | 65    |
| Razem . . . . .                          | 31            | 44 | 36 | 33 <sup>1</sup> | 42 | 23 | 30   | 40 | — | 36  | 37 | 26 | 26 | 24 <sup>1</sup> | 30 <sup>5</sup> | 458   |
| 5. Wiek uczniów.                         |               |    |    |                 |    |    |      |    |   |     |    |    |    |                 |                 |       |
| 11 lat maja . . . . .                    | 7             | 15 | 7  | —               | —  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | —               | —               | 29    |
| 12 „ „ . . . . .                         | 5             | 14 | 12 | 4               | 8  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | —               | —               | 43    |
| 13 „ „ . . . . .                         | 11            | 8  | 8  | 6               | 17 | 5  | 4    | 10 | — | —   | —  | —  | —  | —               | —               | 69    |
| 14 „ „ . . . . .                         | 4             | 3  | 7  | 14 <sup>1</sup> | 11 | 5  | 6    | 11 | — | 2   | 4  | —  | —  | —               | —               | 67    |
| 15 „ „ . . . . .                         | 4             | 4  | 2  | 6               | 4  | 7  | 6    | 8  | — | 11  | 9  | 8  | 4  | —               | —               | 73    |
| 16 „ „ . . . . .                         | —             | —  | —  | 3               | 2  | 5  | 10   | 5  | — | 12  | 10 | 8  | 7  | —               | —               | 62    |
| 17 „ „ . . . . .                         | —             | —  | —  | —               | —  | 1  | 4    | 3  | — | 9   | 10 | 7  | 11 | 6               | 1               | 52    |
| 18 „ „ . . . . .                         | —             | —  | —  | —               | —  | —  | —    | 2  | — | 2   | 4  | 3  | 3  | 5               | 8 <sup>1</sup>  | 27    |
| 19 „ „ . . . . .                         | —             | —  | —  | —               | —  | —  | —    | 1  | — | —   | —  | —  | 1  | 7 <sup>1</sup>  | 7 <sup>1</sup>  | 16    |
| 20 „ „ . . . . .                         | —             | —  | —  | —               | —  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | 5               | 9 <sup>2</sup>  | 14    |
| 21 „ „ . . . . .                         | —             | —  | —  | —               | —  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | 1               | 4 <sup>1</sup>  | 5     |
| 22 „ „ . . . . .                         | —             | —  | —  | —               | —  | —  | —    | —  | — | —   | —  | —  | —  | —               | —               | 1     |
| Razem . . . . .                          | 31            | 44 | 36 | 33 <sup>1</sup> | 42 | 23 | 30   | 40 | — | 36  | 37 | 26 | 26 | 24 <sup>1</sup> | 30 <sup>5</sup> | 458   |
| 6. Według miejsca zamieszkania rodziców. |               |    |    |                 |    |    |      |    |   |     |    |    |    |                 |                 |       |
| Miejscowych . . . . .                    | 20            | 32 | 29 | 18 <sup>1</sup> | 27 | 12 | 24   | 25 | — | 23  | 26 | 16 | 17 | 19 <sup>1</sup> | 19 <sup>2</sup> | 307   |
| Zamiejscowych . . . . .                  | 11            | 12 | 7  | 15              | 15 | 11 | 6    | 15 | — | 13  | 11 | 10 | 9  | 5               | 11 <sup>3</sup> | 151   |
| Razem . . . . .                          | 31            | 44 | 36 | 33              | 42 | 23 | 30   | 40 | — | 36  | 37 | 26 | 26 | 24 <sup>1</sup> | 30 <sup>5</sup> | 458   |



|                                                             | W K L A S I E |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 | Razdm |                   |
|-------------------------------------------------------------|---------------|----|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----|----|-----------------|-------|-------------------|
|                                                             | I.            |    |    | II              |                 |                 | III.            |                 |                 | IV.             |                 | V. |    | VI.             |       | VII               |
|                                                             | a             | b  | c  | a               | b               | c               | a               | b               | c               | a               | b               | a  | b  |                 |       |                   |
| 7. Klasyfikacya.                                            |               |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |       |                   |
| a) Z końcem r. szk. 1894/95.                                |               |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |       |                   |
| I. stopień z odznaczeniem                                   | 2             | 3  | —  | 1               | 2               | —               | 2               | 3               | —               | —               | 2               | 1  | 1  | —               | —     | 17                |
| I stopień . . . . .                                         | 24            | 32 | 27 | 26              | 30              | 16              | 23              | 26              | —               | 29              | 24              | 19 | 14 | 20              | 30    | 340               |
| Do egzaminu poprawczego po wakacjach przeznaczono . . . . . | —             | 4  | 3  | 3               | 4               | 2               | 5               | 7               | —               | 2               | 3               | 3  | 10 | 3               | —     | 49                |
| II stopień . . . . .                                        | 1             | 3  | 3  | 1               | 4               | 4               | —               | 3               | —               | 2               | 4               | 2  | 1  | 1               | —     | 29                |
| III. stopień . . . . .                                      | 4             | 2  | 3  | 2               | 2               | 1               | —               | 1               | —               | 2               | 4               | —  | —  | —               | —     | 21                |
| Nie klasyfikowano . . . .                                   | —             | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | 1               | —               | 1  | —  | —               | —     | 2                 |
| b) Dodatek do r. szk. 1894/95.                              |               |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |       |                   |
| Pozwolono poprawić egzamin po wakacjach . .                 | 5             | 2  | 1  | 3               | 4               | —               | 1               | 2               | 2 <sup>1</sup>  | 4               | 4               | 8  | —  | 4               | 1     | 41 <sup>1</sup>   |
| Złożyło egzamin . . . .                                     | 5             | 2  | 1  | 3               | 4               | —               | 1               | 2               | 2 <sup>1</sup>  | 4               | 4               | 8  | —  | 4               | 1     | 41 <sup>1</sup>   |
| Nie złożyło egzaminu . .                                    | —             | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —     | —                 |
| Nie zgłosiło się . . . . .                                  | —             | —  | —  | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —               | —  | —  | —               | —     | —                 |
| Zatem ostateczny wynik klasyfikacyi z r. szk. 1893/94.      |               |    |    |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |    |    |                 |       |                   |
| I. stopień z odznaczeniem                                   | 3             | 1  | 2  | —               | 4               | 1               | 2               | 2               | 1               | 1               | —               | —  | —  | —               | 1     | 18                |
| I. stopień . . . . .                                        | 23            | 35 | 23 | 22              | 24 <sup>1</sup> | 13 <sup>1</sup> | 23 <sup>1</sup> | 27 <sup>4</sup> | 17 <sup>2</sup> | 28 <sup>1</sup> | 26 <sup>2</sup> | 21 | —  | 34 <sup>1</sup> | 18    | 334 <sup>13</sup> |
| II. stopień . . . . .                                       | 1             | 2  | 4  | 6 <sup>1</sup>  | 5               | 2               | 4 <sup>1</sup>  | 2               | 1               | 4               | 5 <sup>1</sup>  | 6  | —  | 4               | 1     | 47 <sup>3</sup>   |
| III stopień . . . . .                                       | 1             | 2  | 4  | 1               | —               | 6               | 3               | 1               | 2               | 1               | 1               | 3  | —  | —               | —     | 25                |
| Nie klasyfikowano . . . .                                   | 5             | 5  | 10 | 10              | 8               | 14              | 3               | 2               | 13              | 2               | 3               | 5  | —  | 3               | —     | 82                |
| Razem . .                                                   | 33            | 45 | 43 | 39 <sup>1</sup> | 41 <sup>1</sup> | 36 <sup>1</sup> | 35 <sup>2</sup> | 33 <sup>4</sup> | 34 <sup>2</sup> | 36 <sup>1</sup> | 35 <sup>3</sup> | 35 | —  | 41 <sup>1</sup> | 20    | 506 <sup>16</sup> |



## 8. Opłata szkolna wynosiła :

|                                          |           |
|------------------------------------------|-----------|
| a) za pierwsze półrocze 1894/5 . . . . . | 4440 złr. |
| b) za drugie półrocze . . . . .          | 4420 „    |
| Razem . . . . .                          | 8860 „    |

## 9. Wykaz uczniów pobierających stypendya :

| L.                                             | Imię i nazwisko ucznia | Klasa  | Nazwa fundacyi                              | Kwota w |     |
|------------------------------------------------|------------------------|--------|---------------------------------------------|---------|-----|
|                                                |                        |        |                                             | złr.    | ct. |
| 1                                              | Drozdowski Zygmunt     | II b.  | Kaspra Zubowskiego                          | 150     | —   |
| 2                                              | Schrott Tadeusz        | III a. | dto                                         | 150     | —   |
| 3                                              | Kwiatkowski Ludwik     | III b. | dto                                         | 150     | —   |
| 4                                              | Skibka Władysław       | III b. | dto                                         | 150     | —   |
| 5                                              | Nowakowski Tadeusz     | IV a.  | Karola Skibińskiego                         | 100     | —   |
| 6                                              | Biliński Wacław        | V a.   | Franc. Zawadzkiego                          | 157     | 50  |
| 7                                              | Dudek Henryk           | V a.   | Sarbowe                                     | 100     | —   |
| 8                                              | Żurowski Jan           | V a.   | Andrzeja Żelchockiego                       | 115     | 50  |
| 9                                              | Makowski Romuald       | V b.   | Kaspra Zubowskiego                          | 150     | —   |
| 10                                             | Münnich Stanisław      | V b.   | Stanisława Ładuńskiego                      | 266     | —   |
| 11                                             | Stobiecki Jan          | VI     | Bursy nauczycieli szkół ludow.              | 50      | —   |
| 12                                             | Nawrocki Maryan        | VII.   | Zygmunta i Maryi Laskowskich                | 200     | —   |
| 13                                             | Sądel Wojciech         | VII.   | Kaspra Zubowskiego                          | 150     | —   |
| 14                                             | Weiberg Samson         | VII.   | Przełożęństwo domu modli-<br>twy. izr post. | 100     | —   |
| Ogólna kwota stypendyów wynosiła zatem . . . . |                        |        |                                             | 1988    | —   |





## VII.

### Pomoc koleżeńska.

#### D o c h ó d.

|                                                     |     |      |    |     |
|-----------------------------------------------------|-----|------|----|-----|
| 1. Pozostało z roku szkolnego 1894/95 . . . . .     | —   | złr. | 15 | ct. |
| 2. Uczniowie złożyli w tym roku . . . . .           | 263 | "    | 90 | "   |
| 3. Nadzwyczajne datki i zwrócone pożyczki . . . . . | 23  | "    | 30 | "   |
| Razem . . . . .                                     | 287 | "    | 35 | "   |

#### R o z c h ó d.

|                                                    |     |      |    |     |
|----------------------------------------------------|-----|------|----|-----|
| 1. Oprawa książek szkolnych . . . . .              | 47  | złr. | 38 | ct. |
| 2. Zakupiono " " za . . . . .                      | 145 | "    | 48 | "   |
| 3. Wydatki biblioteczne . . . . .                  | 4   | "    | 50 | "   |
| 4. Zapomogi i pożyczki uczniom udzielone . . . . . | 49  | "    | —  | "   |
| Razem . . . . .                                    | 246 | złr. | 36 | ct. |
| Reszta . . . . .                                   | 40  | złr. | 99 | ct. |

#### B i b l i o t e k a

posiada książek szkolnych na wszystkie klasy:

|                                        |      |
|----------------------------------------|------|
| 1. do nauki religii . . . . .          | 130  |
| 2. " " języka polskiego . . . . .      | 150  |
| 3. " " " niemieckiego . . . . .        | 141  |
| 4. " " " francuskiego . . . . .        | 8    |
| 5. " " geografii . . . . .             | 110  |
| 6. " " historyi . . . . .              | 100  |
| 7. " " matematyki . . . . .            | 110  |
| 8. " " historyi naturalnej . . . . .   | 148  |
| 9. " " fizyki . . . . .                | 49   |
| 10. " " chemii . . . . .               | 25   |
| 11. " " geometrii wykreślnej . . . . . | 32   |
| Razem . . . . .                        | 1023 |

Wszystkim łaskawym dawcom imieniem ubogiej młodzieży składa Zarząd Pomocy koleżeńskiej serdeczne podziękowanie.

*Dr. H. Zathej*  
przewodniczący.

*X. Dr. Franciszek Świdorski*  
zawiadowca.

*Jan Bidziński*  
członek zarządu.



# VIII.

## Zbiory naukowe.

### Biblioteka.

#### A. Biblioteka nauczycieli.

|          |                      |                |       |      |        |    |            |      |
|----------|----------------------|----------------|-------|------|--------|----|------------|------|
| W dziale | I. (Relig. i filoz.) | było w r. 1894 | dzieł | 50   | przyb. | 2  | razem jest | 52   |
| "        | II. (Jęz. polski)    | "              | "     | 301  | "      | 8  | "          | 309  |
| "        | III. (Jęz. niem.)    | "              | "     | 96   | "      | 3  | "          | 99   |
| "        | IV. (Historja)       | "              | "     | 159  | "      | 6  | "          | 165  |
| "        | V. (Geografia)       | "              | "     | 189  | "      | —  | "          | 189  |
| "        | VI. (Matematyka)     | "              | "     | 122  | "      | —  | "          | 122  |
| "        | VII. (Fiz. i chemia) | "              | "     | 89   | "      | —  | "          | 89   |
| "        | VIII. (Hist. nat.)   | "              | "     | 79   | "      | —  | "          | 79   |
| "        | IX. (Szt. i archit.) | "              | "     | 57   | "      | 2  | "          | 59   |
| "        | X. (Szkolnictwo)     | "              | "     | 84   | "      | 2  | "          | 86   |
| "        | XI. (Podręcznik)     | "              | "     | 206  | "      | 14 | "          | 220  |
| "        | XII. (Słowniki)      | "              | "     | 21   | "      | —  | "          | 21   |
| "        | XIII. (Prawo)        | "              | "     | 2    | "      | —  | "          | 2    |
| "        | XIV. (Filolog. klas) | "              | "     | 6    | "      | 15 | "          | 21   |
|          |                      |                |       | 1461 | "      | 52 | "          | 1513 |

Programów szkolnych było w r. 1894. 2646, przybyło 154, jest obecnie 2800.

Zakład otrzymuje następujące czasopisma:

1. Muzeum.
2. Biblioteka warszawska.
3. Kwartalnik historyczny.
4. Przegląd polski.
5. Przewodnik bibliograficzny.
6. Misye katolickie (dar Redakcyi).
7. Verordnungsblatt des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht.
8. Zeitschrift für das Realschulwesen.
9. Zeitschrift für den deutschen Unterricht.
10. Deutsche Rundschau.
11. Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft.
12. Archäologisch-epigraphische Mittheilungen (dar Wys. c. k. Min. Oświaty.)
13. Kunst für Alle.
14. Jahresberichte über das höhere Schulwesen.
15. Rocznik statystyki przemysłu i handlu kraj. (dar Wys. Wydz. kraj.)
16. Bulletin international de l'académie de sciences de Cracovie.



## B. Biblioteka dla młodzieży:

|                |                  |      |              |              |     |
|----------------|------------------|------|--------------|--------------|-----|
| Dziel polskich | było w roku 1894 | 547, | przybyło 18, | jest obecnie | 565 |
| „ niemieck.    | „ „ „            | 601, | „ 10,        | „ „          | 611 |
| „ francusk.    | „ „ „            | 22,  | „ 8,         | „ „          | 30  |

Ogółem przybyło w roku 1894 1170, przybyło 36, jest obecnie 1206

## Biblioteka otrzymała w darze:

- a) Od Wys. Akademii Umiejętności w Krakowie 9 tomów wydawnictw.
- b) Od Wys. c. k. Rady szkolnej krajowej: Sprawozdanie o stanie szkół średnich galicyjskich z r. 1894.
- c) Od Wgo. p. dr. Molickiego: Siewiński, Dumy Rylejewa; Odpowiedź p. St. Szczepanowskiemu na jego „Nędzę Galicyi“; Dr. Molicki, Wykład Sagmonlogii Metodologia.
- d) Od S. Karasiewicza, ucznia IVa klasy: Buckley, Przez szkła czarodzieja Kramsztyk. Fizyka bez przyrządów.
- e) Od K. Estreichera, ucznia kl. IIIa Kindergartenlaube 2 tomy, Amicis, Pamiętnik chłopca, Szwarce, Siedm lat w Schlühselburgu, Anczyc, Duch puszczy.

Wypożyczano książki z biblioteki dla młodzieży dwa razy w tygodniu.

| K L A S A | W y p o ż y c z o n o |                |             |              | Razem |
|-----------|-----------------------|----------------|-------------|--------------|-------|
|           | uczniom               | dziel polskich | dziel niem. | dziel franc. |       |
| I a.      | 15                    | 141            | 17          | —            | 158   |
| I b.      | 23                    | 63             | 2           | —            | 65    |
| I c.      | 23                    | 241            | 18          | —            | 259   |
| II a.     | 13                    | 100            | 30          | —            | 130   |
| II b.     | 24                    | 230            | 33          | —            | 263   |
| II c.     | 22                    | 146            | 35          | —            | 181   |
| III a.    | 20                    | 142            | 24          | 2            | 168   |
| III b.    | 25                    | 133            | 21          | 1            | 155   |
| IV a.     | 27                    | 306            | 79          | 7            | 392   |
| IV b.     | 16                    | 44             | 14          | —            | 58    |
| V a.      | 19                    | 145            | 50          | —            | 195   |
| V b.      | 11                    | 55             | 11          | —            | 66    |
| VI.       | 14                    | 155            | 45          | —            | 200   |
| VII.      | 25                    | 234            | 48          | —            | 282   |
| Razem     | 277                   | 2135           | 427         | 10           | 2572  |

W. Krywult

za wiadomea biblioteki.



## Zbiór geograficzno-historyczny.

W roku szkolnym 1895 posiadał zakład:

|    |                                                |    |
|----|------------------------------------------------|----|
| 1. | Globów i przyrządów . . . . .                  | 2  |
| 2. | Map . . . . .                                  | 95 |
| 3. | Atlasów . . . . .                              | 5  |
| 4. | Obrazów historycznych Józefa Hofmana . . . . . | 5  |
| 5. | „ „ Langla . . . . .                           | 40 |

*R. Spitzer*

zawiadowca zbiorów geog. hist.

## Gabinet historii naturalnej.

### S t a n G a b i n e t u.

#### *A. Okazy.*

|                                                  |  |      |
|--------------------------------------------------|--|------|
| Zwierząt kręgowych , . . . . .                   |  | 153  |
| „ członkonogich . . . . .                        |  | 2329 |
| Mięczaków . . . . .                              |  | 869  |
| Robaków, promieniaków i pierwoszczaków . . . . . |  | 125  |
| Roślin zasuszonych . . . . .                     |  | 892  |
| Minerałów, skał i skamielin . . . . .            |  | 745  |

#### *B. Preperata, szkielety, modele, tablice, atlasy, narzędzia.*

|                                                         |  |     |
|---------------------------------------------------------|--|-----|
| Preparatów mikroskopowych . . . . .                     |  | 55  |
| Szkieletów . . . . .                                    |  | 11  |
| Modeli anatomicznych . . . . .                          |  | 24  |
| Modeli szklanych przedstawiających jamochłony . . . . . |  | 10  |
| „ kwiatów z masy papierowej . . . . .                   |  | 40  |
| „ krystalograficznych z drzewa . . . . .                |  | 115 |
| „ drógich kamieni . . . . .                             |  | 54  |
| Tablic botanicznych kolorowanych . . . . .              |  | 21  |
| Atlas botaniczny Szuberta . . . . .                     |  | 1   |
| Atlas zoologiczny Lüben . . . . .                       |  | 1   |
| Tablic zoologicznych Schreibera . . . . .               |  | 15  |
| Mikroskop Zeisa . . . . .                               |  | 1   |
| Gablotek ściennych . . . . .                            |  | 10  |
| Tablic Nitscha i Leuckarta . . . . .                    |  | 28  |
| Modeli grzybów . . . . .                                |  | 170 |
| „ krystalograficznych ze szkła sztuk . . . . .          |  | 19  |

*Cz. Tomaszewicz,*

zawiadowca gabin. hist. nat.



**Gabinet fizyczny.**

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| Liczył przyrządów . . . . . | 302 |
|-----------------------------|-----|

*Fr. Jęzioriski,*

zawiadowca gabin. fizycznego.

**Gabinet chemii.**

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| Posiada: Przyrządów . . . . .    | 192 |
| Naczyni przeróżnych . . . . .    | 564 |
| Minerałów . . . . .              | 54  |
| Przetworów chemicznych . . . . . | 162 |

*Karol Kunz,*

zawiadowca gab. chemicznego.

**Gabinet rysunków geometrycznych.**

|                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------|----|
| Modeli drutowych . . . . .                                       | 20 |
| „ drewnianych brył geometrycznych . . . . .                      | 29 |
| Przyrządów mierniczych . . . . .                                 | 59 |
| Przyborów rysunkowych . . . . .                                  | 12 |
| Modeli do nauki geom. wykreślnej drutowych i drewnianych razem . | 30 |

*H. Hołubowicz,*

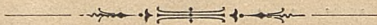
zawiadowca gabin. rys. geom.

**Gabinet rysunków odręcznych.**

|                                                               |      |
|---------------------------------------------------------------|------|
| Wzorów do rysunku jest razem sztuk . . . . .                  | 2467 |
| Gipsów . . . . .                                              | 163  |
| Modeli drewnianych . . . . .                                  | 30   |
| Szkoła akwareli Ciceri . . . . .                              | 1    |
| Szkiców berlińskich zeszytów . . . . .                        | 3    |
| Model drutowy głowy ludzkiej . . . . .                        | 1    |
| Przyrząd do doświadczania w perspektywie . . . . . e. . . . . | 1    |

*K. Kosiński,*

Zawiadowca gabin. rys. odręczn.





## IX.

## Egzamin dojrzałości.

a) **We wrześniu 1894.**

W tym terminie zgłosiło się do egzaminu 7 publicznych abiturientów tutejszego zakładu i 5 externistów.

Dwóch publicznych abiturientów i wszyscy externiści zdawali cały egzamin dojrzałości, reszta egzamin poprawczy z jednego przedmiotu.

Z tutejszych otrzymali świadectwo dojrzałości:

1. Czech Paweł.
2. Kotkowski Bolesław.
3. Dziewański Adam.
4. Furdzik Edward.
5. Kuliński Bogusław.
6. Novák Jan.
7. Rosthal Benjamin.

Pierwsi dwaj zdawali cały egzamin, pozostali pięciu egzamin poprawczy z jednego przedmiotu.

Wszyscy externiści uznani zostali za dojrzałych.

b) **W terminie letnim 1895 r.**

|                                                        |    |
|--------------------------------------------------------|----|
| Zgłosiło się do egzaminu uczniów zwyczajnych . . . . . | 30 |
| Z tych uznano za dojrzałych z odznaczeniem . . . . .   | 3  |
| " " " " dojrzałych . . . . .                           | 22 |
| Pozwolono poprawić z jednego przedmiotu . . . . .      | 4  |
| Reprobowano na rok . . . . .                           | 1  |
| Razem . . . . .                                        | 30 |



## Wykaz abiturientów, którym przyznano świadectwo dojrzałości.

| L. p. | Imię i nazwisko abiturienta.               | Kraj i miejsce urodzenia. | Rok urodzenia | Religia    | Narodowość | Uczęszczał do szkoły  |           | Wynik egzaminu          | Przyszły zawód |
|-------|--------------------------------------------|---------------------------|---------------|------------|------------|-----------------------|-----------|-------------------------|----------------|
|       |                                            |                           |               |            |            | w innym zakladzie lat | tutaj lat |                         |                |
| 1     | Bojarski Stanisław, Piotr (dw. im.)        | Kraków W. Ks. Krak.       | 1874          | rzym. kat. | polska     | —                     | 7         | dojrzały                | Inżynierya     |
| 2     | Dembowski Felicyan, Eustachy (dw. im.)     | Gorlice Galicya           | 1874          | "          | "          | —                     | 3         | "                       | Prawo          |
| 3     | Dobrzański Józef, Henryk Serwacy (tr. im.) | Dębe Król. polskie        | 1875          | "          | "          | 4 1/2                 | 3         | "                       | Argonomia      |
| 4     | Drobniaś Feliks, Teofil (dw. im.)          | Jaworzno W. Ks. Krak.     | 1875          | "          | "          | —                     | 7         | "                       | Górnictwo      |
| 5     | Guziakiewicz Franciszek, Jakób (dw. im.)   | Kraków W. Ks. Krak.       | 1876          | "          | "          | —                     | "         | "                       | Inżynierya     |
| 6     | Hausner Leopold                            | "                         | "             | moż.       | "          | —                     | "         | "                       | "              |
| 7     | Hochstim Abraham, Hirsch (dw. im.)         | "                         | 1875          | "          | "          | —                     | "         | "                       | Mechanika      |
| 8     | Kahane Izaak                               | Podgórze Galicya          | 1873          | "          | "          | —                     | "         | dojrzały z odznaczeniem | Inżynierya     |
| 9     | Kamiński Leon, Władysław (dw. im.)         | Jaworzno W. Ks. Krak.     | 1877          | rzym. kat. | "          | —                     | "         | dojrzały                | Górnictwo      |

| L. p. | Imię i nazwisko abiturienta                      | Kraj i miejsce urodzenia | Rok urodzenia | Religia    | Narodowość | Uczęszczał do szkoły  |           | Wynik egzaminu          | Przyszły zawód |
|-------|--------------------------------------------------|--------------------------|---------------|------------|------------|-----------------------|-----------|-------------------------|----------------|
|       |                                                  |                          |               |            |            | w innym zakladzie lat | tutaj lat |                         |                |
| 10    | Kłodnicki Władysław, Kazimierz (dw. im.)         | Przemysł Galicya         | 1875          | rzym. kat. | polska     | 2                     | 1         | dojrzały                | Górnictwo      |
| 11    | Kottek Adam, Bonifacy (dw. im.)                  | Warszawa Król. polskie   | 1878          | "          | "          | —                     | 7         | "                       | Mechanika      |
| 12    | Kühnel Wacław                                    | Kraków W. Ks. Krak.      | 1876          | "          | "          | —                     | "         | "                       | Budownictwo    |
| 13    | Marek Ignacy, Mieczysław (dw. im.)               | "                        | 1877          | "          | "          | —                     | "         | "                       | Inżynierya     |
| 14    | Nawrocki Marian, Franciszek, Jan Kanty (tr. im.) | Kęty Galicya             | "             | "          | "          | 2                     | 5         | dojrzały z odznaczeniem | "              |
| 15    | Noël Antoni, Eugeniusz (dw. im.)                 | Sosółwka Galicya         | 1875          | "          | "          | 8                     | 1         | dojrzały                | Agronomia      |
| 16    | Parvi Wincenty                                   | Kraków W. Ks. Krak.      | "             | "          | "          | —                     | 7         | "                       | Inżynierya     |
| 17    | Popiel Kazimierz, Józef (dw. im.)                | Zielonki W. Ks. Krak.    | "             | "          | "          | 5                     | 3         | "                       | Leśnictwo      |
| 18    | Ryszkowski Władysław, Jan Baptysta (dw. im.)     | Kraków W. Ks. Krak.      | 1877          | "          | "          | —                     | 7         | "                       | Inżynierya     |
| 19    | Salb Ludwik, Edward, Norbert (tr. im.)           | "                        | "             | ewang.     | niem.      | —                     | "         | dojrzały z odznaczeniem | Litografia     |



| L. p. | Imię i nazwisko<br>abituryenta                           | Kraj i miejsce<br>urodzenia      | Rok<br>urodzenia | Religia    | Narodowość | Uczęszczał do<br>szkoły       |              | Wynik<br>egzaminu | Przyszły<br>zawód |
|-------|----------------------------------------------------------|----------------------------------|------------------|------------|------------|-------------------------------|--------------|-------------------|-------------------|
|       |                                                          |                                  |                  |            |            | w innym<br>zakła-<br>dzie lat | tutaj<br>lat |                   |                   |
| 20    | Sądel Wojciech, Jan Evangelista<br>(dw. im.)             | Prądnik czerwony<br>W. Ks. Krak. | 1875             | rzym. kat. | polska     | —                             | 7            | dojrzały          | Inżynierya        |
| 21    | Turski Karol, Jan (dw. im.)                              | Zrębówka<br>Galicya              | 1876             | "          | "          | —                             | 9            | "                 | Agronomia         |
| 22    | Weisberg Samson                                          | Kraków<br>W. Ks. Krak.           | 1874             | moż.       | "          | —                             | 7            | "                 | Architektura      |
| 23    | Węzyk Franciszek, Ksawery,<br>Marian, Andrzej (czł. im.) | Witulin<br>Król. Polskie         | "                | rzym. kat. | "          | 3                             | 3 1/2        | "                 | Agronomia         |
| 24    | Wojtasiewicz Antoni, Tomasz<br>(dw. im.)                 | Kraków<br>W. Ks. Krak.           | 1876             | "          | "          | —                             | 7            | "                 | Inżynierya        |
| 25    | Wysocki Jacek, Antoni<br>(dw. im.)                       | Smolice<br>Galicya               | 1877             | "          | "          | —                             | "            | "                 | Agronomia         |



## X.

## Kronika zakładu.

Rok 1895.

## I.

1. Profesora tutejszego zakładu **Dr. Józefa Tretiaka** raczył Najjaśniejszy Pan najlaskawiej zamianować nadzwyczajnym profesorem języka i literatury ruskiej w Uniwersytecie Jagiellońskim w Krakowie; (reskr. Wys. c. k. Rady szk. kraj. z dnia 3 lipca 1894 L. 13401.)

2. Zastępca nauczyciela w tutejszym zakładzie **Bronisław Mierka**, został przeniesiony do c. k. gimnazjum w Bochni (rozp. Wys. c. k. Rady szk. kraj. z dnia 25 lipca 1894 L. 14102).

3. Kandydat stanu nauczycielskiego **Józef Szczudło** został mianowany zastępcą nauczyciela w tutejszym zakładzie (rozp. Wys. c. k. Rady szk. kraj. z dnia 25 lipca 1894 L. 14523).

4. Zastępca nauczyciela w c. k. gimnazjum w Wadowicach **Józef Wierzbicki** został przeniesiony do tutejszego zakładu (rozp. Wys. c. k. Rady kraj. z dnia 27 lipca 1894 L. 12646), a następnie do gimnazjum w Nowym Sączu (rozp. z dnia 4 stycznia 1895 L. 31470).

5. Prof. **Alojzy Szarłowski** został przeniesiony do c. k. gimnazjum III. w Krakowie (rozp. Wys. Prezydium c. k. Rady szk. kraj. z dnia 10 sierpnia 1894 L. 394).

6. Profesor w c. k. gimnazjum w Brzeżanach **Roman Spitzer** został przeniesiony do tutejszego zakładu (reskr. Wys. Prezydium c. k. Rady szk. kraj. z dnia 10 sierpnia 1894 L. 384).

7. Nauczyciel w c. k. gimnazjum w Sanoku **Waleryan Krywult** został przeniesiony do tutejszego zakładu (rozp. Wys. Prezydium c. k. Rady szk. z dnia 10 sierpnia 1894 L. 384).

8. Zastępca nauczyciela w tutejszym zakładzie **Dr. Antoni Kurpiel** otrzymał posadę rzeczywistego nauczyciela w c. k. gimnazjum w Jarosławiu (reskr. Wys. Prezydium c. k. Rady szk. kraj. z dnia 10 sierpnia 1894 L. 384).

9. Zastępca nauczyciela w tutejszym zakładzie **Bronisław Kaśinowski** został przeniesiony do c. k. gimnazjum św. Anny w Krakowie (rozp. Wys. c. k. Rady szk. kraj. z dnia 13 lipca 1894 L. 15992).

10. Profesor c. k. gimnazjum w Bochni **Stefan Grudziński** został przeniesiony do tutejszego zakładu (reskr. Wys. Prezydium c. k. Rady szk. kraj. z dnia 30 sierpnia 1894 L. 435).

11. Zastępca nauczyciela w tutejszym zakładzie **Dr. Med. Jan Regiec** został uwolniony od obowiązków służbowych w tutejszym zakładzie (rozp. Wys. c. k. Rady szk. kraj. z dnia 17 września 1894 L. 20587).

12. Docent prywatny w c. k. Uniwersytecie we Lwowie **Dr. Wawrzyniec Teisseyre** został zamianowany zastępcą nauczyciela w tutejszym zakładzie (rozp. Wys. c. k. Rady szk. kraj. z dnia 17 września 1894 L. 205877, uwolniony zaś został z tej posady (rozp. z dnia 13 lutego 1896 L. 2638).

13. Zastępca nauczyciela w c. k. gimnazjum w Nowym Sączu **Adam Wołek** został przeniesiony do tutejszego zakładu (rozp. Wys. c. k. Rady szk. kraj. z dnia 4 stycznia 1895 L. 31470).

14. Profesor tutejszej szkoły, przydzielony do urzędowania w Wys. Radzie szkolnej kraj. **Mieczysław Zaleski**, Najwyższym poleceniem z d. 12 maja b. r. został przez Najjaśniejszego Pana mianowany krajowym Inspektorem szkół.



## II.

Dni imienin Najjaśniejszych Państwa 4 października i 19 listopada obchodziła szkoła uroczystymi nabożeństwami, po których odśpiewano hymn ludu.

Dnia 5 maja odbyło się nabożeństwo żałobne za spokój duszy ś. p. Najj. Cesarzowej Maryi Anny, a dnia 28 czerwca za duszę ś. p. Najj. Cesarza Ferdynanda I.

## III.

Rok szkolny rozpoczął się uroczystym nabożeństwem dnia 3 września.

Egzamin wstępny do klasy I. odbył się 1 lipca i 1 września 1894. W roku bieżącym wyjątkowo 28 czerwca i 1 września (jak zwykle).

Egzamin dojrzałości poprawczy i uzupełniający odbył się dnia 28 i 29 września pod przewodnictwem JW. Inspektora szkół średnich **Jana Frankego**. Piśmienny egzamin dojrzałości trwał od 13 do 17 maja, ustny zaś odbył się w dniach 5 do 9 czerwca pod tem samem przewodnictwem.

Dnia 24 listopada 1894 odbył się staraniem uczniów VII. klasy wieczerek ku uczczeniu nieśmiertelnej pamięci **Adama Mickiewicza**, na którym przemówił do młodzieży prof. **Czesław Pieniażek**.

Młodzież przystępowała trzy razy w ciągu roku do śś. Sakramentów Pokuty i Ołtarza.

Zakończenie roku szkolnego i rozdanie świadectw 29 czerwca.

## IV.

W drugiej połowie stycznia hospitował nasz zakład J. W. Inspektor **Jan Franke**.

## V.

**Zarządzenia w sprawie rozwoju sił fizycznych młodzieży** były takie same jak ubiegłym w roku. Wspólna majówka na Bielanych odbyła się pod przewodnictwem Dyrektora i całego grona profesorów dnia 4 maja.

## VI.

**Jan O'Byrn**, uczeń klasy I. B. umarł w grudniu 1894 w domu rodziców w Nowym Targu.

**Bittmar Fryderyk**, uczeń klasy IV. B. umarł dnia 3 czerwca 1895. Szczery żal kolegów i przełożonych, towarzyszył im do grobu.

Spokój ich duszy!



## XI.

### Ważniejsze rozporządzenia władz szkolnych z r. szk. 1894/95.

- 1) Wysoka c. k. Rada szkolna krajowa zaliczyła wpoczet książek szkolnych następujące dzieła:
  - a) **Benoni-Tatomir**: krótki rys geografii wyd. IV. (rozp. dnia 30 września 1894 L. 18281).
  - b) **J. Amborski**: Książki do nauki języka francuskiego. Część II. (roz. z dnia 30 września 1894 L. 18940).
  - c) **Ks. Tomasz Dąbrowski**: Historia biblijna (rozp. 12 października 1894 L. 15879).
  - d) **Kawecki-Tomaszewski**: Fizyka dla niższych szkół średnich (rozp. z dnia 15 października 1894 L. 13368).
  - e) **A. Bobin**: Wypisy polskie dla klas wyższych (rozp. z dnia 2 listopada 1894 L. 25601).
  - f) **Próchnicki-Wojcik**: Wypisy polskie i **Czubek Zawiliński**: Wypisy polskie (rozp. z dnia 7 października 1894 L. 17347).
  - g) **Bronisław Gustawicz**: Europa w drugiej połowie XVI. wieku. Mapa ścienna (rozp. z dnia 20 stycznia 1895 L. 30365/94).
  - h) **Dr. Hugo Zathev**: Antologia grecka. We Lwowie 1895 (rozp. z dnia 24 marca 1895 L. 5918).
  - i) **Józef Soleski**: Nauka fizyki dla klas wyższych (rozp. z dnia 19 kwietnia 1895 L. 7873).
- 2) C. k. Namiestnictwo we Lwowie ustanawia do przeprowadzenia budowy szkoły realnej w Krakowie Komitet i powołuje na członków tegoż Dyrektora **Hugona Zatheya** (rozp. z dnia 1 listopada 1894 L. 86373).
- 3) Wysoka c. k. Rada szkolna krajowa rozporządzeniem z dnia 12 marca 1895 L. 5295 poleca aby młodzież co do noszenia mundurków stósowała się ściśle do wydanych przepisów.





## XII.

# Klasyfikacya uczniów w II. półroczu 1895.

### Stopień I otrzymali:

(Celujących uczniów oznaczono grubszym drukiem).

Adamowicz Ferdynand.  
Dunikowski Jan.  
Dzikowski Bogusław.  
Filipowski Franciszek.  
Flaschen Juliusz.  
**Fleischmann Feiwel.**  
Gawron Józef.  
Góra Leon.  
Gutmann Hirsch.  
Heyn Karol.  
Holc Mieczysław.  
Karbowski Jan.  
Klibanow Markus.

Klimkiewicz Leon.  
Kraskowski Józef.  
Liebling Aleksander.  
Łowczyński Tadeusz.  
Naar Edward.  
Pamm Izak.  
Pawełek Stanisław.  
Petersch Maksymilian.  
Rendel Zygmunt.  
Schlager Samuel.  
Vogel Stanisław.  
Wojtyga Józef.  
**Ziedel Józef.**

Procent dobrych 84%. Drugi stopień 1, trzeci 4, poprawek 0.

### KLASA I B.

Bittner Jerzy.  
Brand Izak.  
Buczek Jan.  
Czerny Józef.  
Drożdż Bronisław.  
Eisen Mojżesz.  
Goniakowski Mieczysław.  
Gutmann Feliks.  
Hołubowicz Eustachy.  
Janik Wacław.  
Knezborski Witold.  
Kwiatkowski Tadeusz.  
Mandel Karol.  
**Menasche Ignacy.**  
Miedniak Zdzisław.  
Musiał Władysław.  
Nedok Czesław.  
Oleś Julian.

Pelikan Artur.  
Porębski Stanisław.  
Rippe Wilhelm.  
**Rybicki Jan.**  
Ryl Mieczysław.  
**Sadowski Leon.**  
Semiątecz Kalman.  
Szańkowski Ignacy.  
Tabeński Kazimierz.  
Trammer Alfred.  
Urabim Mendel.  
Urban Marian.  
Uziębło Stanisław.  
Zadęcki Ignacy.  
Zagórski Stanisław.  
Zajdzikowski Leon.  
Zapałowicz Jan.



## KLASA I C.

Brand Leon.  
 Buś Adam.  
 Czaplicki Tadeusz.  
 Grosser Otto.  
 Jaworzyński Józef.  
 Kamocki Józef.  
 Kellner Gotfryd.  
 Ledóchowski Henryk.  
 Lenartortowicz Leon.  
 Lubaczewski Rudolf.  
 Maćkowski Kazimierz.  
 Maćkowski Tomasz.  
 Malarki Tadeusz.  
 Mączyński Mieczysław.

Michałowski Adam.  
 Mirecki Wacław.  
 Pawlica Juliusz.  
 Roslan Władysław.  
 Soldinger Antoni.  
 Szymberski Janusz.  
 Tarkowski Stanisław.  
 Trzetrzewiński Konrad.  
 Wesper Józef.  
 Winkler Wilhelm.  
 Wojnarski Stanisław.  
 Zaremba Czesław.  
 Skąpski Zygmunt.

Procent dobrych 83%, Drugi stopień 3, trzeci stopień 3, poprawek 3.

## KLASA II A.

Bartonce Hngo.  
 Brand Bernard.  
**Chlebowski Edward.**  
 Ferek Roman.  
 Fink Abraham.  
 Gromczakiewicz Kazimierz.  
 Halawa Augustyn.  
 Kaczor Rudolf.  
 Kleszczyński Aleksander.  
 Klimczyk Stanisław.  
 Lachowicz Antoni.  
 Lenart Jan.  
 Moor Adolf.  
 Niemetz Karol.

Nowicki Stanisław.  
 Obertyński Mieczysław.  
 Ortyński Kazimierz.  
 Petrzyk Jan.  
 Romanowski Zdzisław.  
 Singer Gedalia.  
 Szotarski Gustaw.  
 Taborski Antoni.  
 Weinberg Szymon.  
 Wendt Władysław.  
 Wodiczko Zdzisław.  
 Zbylut Klemens.  
 Żuławski Bogdan.

Procent dobrych 91%, Drugi stopień 1, trzeci stopień 2, poprawek 3.

## KLASA II B.

Ambrożek Feliks.  
 Banderewski Maryan.  
 Bielski Jerzy.  
 Bociański Jan.  
 Burzyński Jan.  
**Cyrankiewicz Józef.**  
 Czerny-Szwarcenberg Michał.  
 Czunko Adam.  
 Drozdowski Zygmunt.  
 Dyndowicz Michał.  
 Eimer Ryszard.  
 Glaser Bernard.  
 Göttel Wilhelm.  
 Holzer Alfred.  
 Kańczucki Edward.  
 Komar Medard.

Kulesza Feliks.  
 Łasiński Władysław.  
 Makomaski Teofil.  
 Nowakowski Kazimierz.  
 Palus Julian.  
 Prich Rudolf.  
**Pruczek Tadeusz.**  
 Szneider Salomon.  
 Sikora Stefan.  
 Śmiciński Eugeniusz.  
 Szule Mieczysław.  
 Teleśnicki Kazimierz.  
 Teleśnicki Józef.  
 Zathey Józef.  
 Żmigród Herman.

Procent dobrych 86%, stopień drugi 4, stopień trzeci 2, poprawek 4.



## KLASA II C.

Heller Władysław.  
 Kaliciński Wacław.  
 Kellner Oskar.  
 Kolankowski Michał.  
 Kopciński Edward.  
 Lejczak Ignacy.  
 Niedbała Kornel.  
 Ozga Władysław.

Piotrowski Andrzej.  
 Rybarski Piotr.  
 Sokołowski Jan.  
 Szotarski Tadeusz.  
 Szymberski Tadeusz.  
 Tyrała Henryk.  
 Wdowiński Józna.  
 Winiarski Ignacy.

Procent dobrych 78, stopień drugi 4, stopień trzeci 1, poprawek 2.

## KLASA III A.

Abrahamowicz Abraham.  
 Bajer Józef.  
 Bałucki Stanisław.  
 Bochnig Stanisław.  
 Broniewski Tadeusz.  
**Ehrenpreis Arnold.**  
 Friedrich Henryk.  
 Jachowicz Gustaw.  
 Kalicki Feliks.  
 Kotsch Alfred.  
 Kowalski Franciszek.  
 Kramarski Juliusz.  
 Majka Tadeusz.

Müller Maurycy.  
 Nalepa Jan.  
 Niedziałkowski Stanisław.  
 Pietrzak Bolewślaw.  
 Postulka Hubert.  
 Schrott Tadeusz.  
 Spytkowski Julian.  
 Stadtmüller Karol.  
 Stamirowski Stefan.  
 Szubert Leon.  
**Zapalski Władysław.**  
 Zengteller Henryk.

Procent dobrych 100%, stopień drugi 0, stopień trzeci 0, poprawek 5.

## KLASA III B.

Aleksandrowicz Maksymilian.  
 Bachorz Mieczysław.  
 Basiński Konrad.  
 Borzęcki Edmund.  
 Borzęcki Tymoteusz.  
 Gawron Karol.  
 Glatman Jan.  
 Glücksman Sandel.  
 Heim Artur.  
 Jarzębski Władysław.  
**Karyłowski Tadeusz.**  
 Kozłowski Stefan.  
**Krzemiński Kazimierz.**  
 Kuliński Mieczysław.  
 Kwapniewski Władysław.

Kwiatkowski Ludwik.  
 Lauterbach Julian.  
 Löwenkron Jakób.  
 Maleček Jan.  
 Matzke Zygmunt.  
 Obermayer Alfred.  
 Pieguszewski Stanisław.  
 Piekarczyk Mikołaj.  
**Skibka Władysław.**  
 Skware Konstanty.  
 Suchecki Kazimierz.  
 Szukiewicz Czesław.  
 Tellier Józef.  
 Węgleński Stefan.

Procent dobrych 90%, stopień drugi 3, stopień trzeci 1, poprawek 7.

## KLASA IV A.

Bieńkowski Karol.  
 Ciupka Wojciech.  
 Chwastowski Stanisław.  
 Dąbrowski Józef.  
 Dąbrycz Siefan.  
 Dębski Wacław.

Gronner Henryk.  
 Gronner Rudolf.  
 Hanausek Paweł.  
 Harasiewicz Leon.  
 Hilczer Władysław.  
 Kern Leon.



Legutko Wiktor.  
 Lipczyński Kazimierz.  
 Matecki Józef.  
 Matecki Józef.  
 Molicki Władysław.  
 Nowakowski Stanisław.  
 Nowakowski Tadeusz.  
 Ozman Teodor.  
 Piotrowski Wojciech.

Pluta Jan.  
 Raaba Michał.  
 Radwański Józef.  
 Skarzyński Szczesny.  
 Stoczkiwicz Henryk.  
 Szubert Awit.  
 Szymczykiwicz Stefan.  
 Urbanik Ludwik.  
 Wink Tadeusz.

Procent dobrych 88%, Drugi stopień 2, stopień trzeci 2, poprawek 2.

#### KLASA IV B.

Bieniaszewski Adam.  
 Drozd Agenor.  
 Drozd Hieronim.  
 Feldbaum Samson.  
 Fiderkiewicz Władysław.  
 Grabczak Andrzej.  
 Hackbeil Franciszek.  
 Hanner Antoni.  
 Hanner Maksymilian.  
 Jakubowski Eugeniusz.  
 Jorasz Jerzy.  
 Kritzler Henryk.  
 Kułakowski Stanisław.

**Kwieciński Marian.**  
**Leonhard Bolesław.**  
 Mialovich Fryderyk.  
 Mrowec Kazimierz.  
 Pułczyński Franciszek.  
 Rausch Władysław.  
 Rudolphi Stanisław.  
 Sadowski Anatol.  
 Szurek Szczepan.  
 Tiefenbrunn Gustaw.  
 Twaróg Jan.  
 Ziemia Zygmunt.  
 Zebrawski Włodzimierz.

Procent dobrych 78%, stopień drugi 4, stopień trzeci 4, poprawek 3.

#### KLASA V A.

Amster Markus.  
 Białek Zygmunt.  
**Biliński Wacław.**  
 Dobrzański Zygmunt.  
 Dudek Henryk.  
 Filasiewicz Klaudyusz.  
 Goldwasser Henryk.  
 Guschelbauer Marcin.  
 Jawecki Eugeniusz.  
 Kearney Stanisław.

Kielesiński Rudolf.  
 Lustgarten Alfred.  
 Miedniak Kazimierz.  
 Mierzwiński Ludomir.  
 Nowakowski Edmund.  
 Weingrün Jozua.  
 Winiarski Zygmunt.  
 Zopoth Wilhelm.  
 Żebrawski Stanisław.  
 Żurowski Jan.

Procent dobrych 92%, stopień drugi 2, stopień trzeci 0, poprawek 3.

#### KLASA V B.

Bogdański Jan.  
 Chmurski Władysław.  
 Feldman Dawid.  
 Goldwasser Pinkus.  
 Kleinblatt Leib.  
 Kleja Stanisław.  
 Korbel Andrzej.  
 Kowalski Władysław.

Kozłowski Stanisław.  
**Langer Mieczysław.**  
 Machalski Ludwik.  
 Makowski Romnuald.  
 Münnich Stanisław.  
 Spingarn Henryk.  
 Zamorski Władysław.

Procent dobrych 96%, stopień drugi 0, stopień trzeci 0, poprawek 10,



## KLASA VI.

Beckmann Filip.  
 Bedrnik Franciszek.  
 Dziewolski Romuald.  
 Gostkowski Aleksander.  
 Jaśkiewicz Józef.  
 Kostecki Edward.  
 Krzyżanowski Jan.  
 Kubiczek Aleksander.  
 Kukuk Natan.  
 Markiewicz Henryk.

Menshek Józef.  
 Palisa Stefan.  
 Romanowski Artur.  
 Scherbaum Władysław.  
 Skąpski Bolesław.  
 Sollinger Karol.  
 Stobiecki Jan.  
 Świtek Jan.  
 Tygan Albin.  
 Zieliński Alojzy.

Procent dobrych 96%, stopień drugi 1, stopień trzeci 0, poprawek 3.





### XIII.

## O G Ł O S Z E N I E.

---

Wpisy uczniów na rok szkolny 1894/5 odbywać się będą w dniach 30 i 31 sierpnia od godziny 9—11 rano i od 4—5 popołudniu. Późniejsze zgłoszenia tylko w razie **ważnych** powodów i to tylko na mocy zezwolenia Wysokiej c. k. Rady szkolnej krajowej uwzględnione być mogą.

Uczniowie nowo wstępujący mają się zgłaszać do zapisu w towarzystwie rodziców lub opiekunów, i przedłożyć świadectwa szkolne tego zakładu, w którym dotychczas byli, tudzież metrykę. Taksa wstępna 2 zlr. 10 cnt. Datek 1 zlr. na zbiory naukowe składają wszyscy nowo wstępujący i dawni uczniowie. Z początkiem drugiego półrocza składa każdy uczeń 50 ct. na wspólne wycieczki.

**Egzamina wstępne do I klasy** odbywać się będą w dwóch terminach 28 czerwca i 1 września. Zgłosić się potrzeba najpóźniej 27 czerwca, względnie 31 sierpnia.

Wybór jednego z tych dwóch terminów pozostawia się rodzicom uczniów. Powtórzenie wstępnego egzaminu ani w tym, ani w innym zakładzie nie jest dozwolone gdyż wynik pierwszego egzaminu rozstrzyga stanowczo o przyjęciu lub nie przyjęciu. Powtórzenie takiego egzaminu w innym zakładzie będzie w każdym razie nieważne.

---

### Zakres wymagań przy egzaminie wstępnym do I. klasy.

(Rozp. Wys. Rady szk. kr. z dn. 16 maja 1887 l. 2764.)

- a) Z religii: Wiadomości których uczeń nabyć powinien w szkołach cztereklasowych.
- b) Z języka polskiego: Czytanie płynne i wyraźne, objaśnienie odczytanych ustępów pod względem treści i związku myśli; opowiadanie treści większymi ustępami; znajomość części mowy, odmiana imion i czasowników, znajomość zdania pojedynczego, rozszerzonego i rozbiór jego części składowych pod względem składni zgody i rzędu; poprawne napisanie dyktatu z zakresu pojęć znanych uczniom, z uwzględnieniem głównych zasad interpunkcji.
- c) Z języka niemieckiego: Czytanie płynne i zrozumiałe, znajomość odmiany rodzajników, rzeczowników, przymiotników, zaimków osobistych,



dzierżawczych, wskazujących i względnych; odmiana słów posilkowych i czasowników słabych we wszystkich formach strony czynnej i biernej; odmiany najwykleszych czasowników mocnych; zasób wyrazów z zakresu pojęć uczniom znanych; poprawne napisanie łatwego dyktatu, którego treść przed podyktowaniem podano uczniowi w języku polskim.

- d) Z rachunków: Pisanie liczb do miliona włącznie; biegłość w czterech, działaniach liczbami całkowitemi; pewność w tabliczce mnożenia, znajomość ważniejszych miar metrycznych.

Do sali, gdzie odbywa się egzamin nie mają wstępu obce osoby.

---

**Egzamina wstępne do klas od II — VII** odbywać się będą 30 i 31 sierpnia tudzież w pierwszych dniach września; **egzamina poprawcze** w dniach 30 i 31 sierpnia.

---

### Warunki przejścia uczniów z gimnazyum do szkoły realnej.

(Rozp. Wys. Rady szk. kr. z dn. 16 maja 1888 t. 2764)

A) Uczeń gimnazyalny, ubiegający się o przyjęcie do II, III, IV i V klasy realnej może być uwolniony od egzaminu wstępnego: 1. z religii 2. z języka polskiego, 3. niemieckiego, 4. z historii powszechnej, 5. history naturalnej i 6. fizyki, jeżeli w świadectwie gimnazyalnem za ostatnie półroczce, poprzedzające bezpośrednio odnośną klasę realną, oprócz ogólnego stopnia dobrego (t. j. celującego albo pierwszego), otrzymał z wymaganego dla tej klasy przedmiotu i odnośnego materiału nauki cenzury przynajmniej „dostatecznie“ bez osłabiającego dodatku. Z reszty przedmiotów t. j. 1. matematyki, 2. chemii, 3. geografii, 4. rysunków i 5. języka francuskiego należy egzamin wstępny odbywać z wszelką ścisłością, by w interesie szkół realnych nie dopuszczać do tych zakładów uczniów nieudolnych.

B) Co do uczniów, którzy z gimnazyum tylko wskutek niedostatecznych cenzur z języków klasycznych otrzymali ogólny stopień drugi, zastrzega sobie Rada szkolna krajowa według okoliczności rozstrzygać w poszczególnych wypadkach, czy takiego ucznia przypuścić do egzaminu wstępnego do następnej klasy realnej, przyznając mu zresztą powyżej wskazane ulgi.

---

Rok szkolny rozpocznie się dnia 3. września uroczystem nabożeństwem o godzinie 8 rano.

---

**Opłata szkolna** wynosi 20 zlr. za jedno półroczce, w markach szkolnych, które są do nabycia w c. k. urzędzie podatkowym i powinna być złożoną w pierwszej połowie października i marca.

Uczniowie, którzy po upływie sześciu tygodni opłaty szkolnej nie uiszcza, tracą prawo uczęszczania do Zakładu.

Ubędzy uczniowie mający dobrą klasę, dobre obyczaje i dobrą pilność uzyskają uwolnienie od opłaty szkolnej, jeśli wniosą do dnia 15. września



względnie do dnia 15 lutego podanie do Wys. c. k. Rady szkolnej krajowej na ręce Dyrekcyi. Do podania należy dołączyć ostatnie świadectwo szkolne i świadectwo ubóstwa.

---

Wszyscy uczniowie obowiązani są zaraz z początkiem roku zaopatrzyć się w **przepisane książki i przybory szkolne**, a to pod groźbą usunięcia z klasy.

Co do przedmiotów nadobowiązkowych, kto się na nie zapisze, nie może przerwać nauki bez zezwolenia Dyrekcyi.

Częste porozumiewanie się rodziców, opiekunów lub dozoru domowego ze szkołą jest rzeczą nader pożądaną i korzystną. Dyrektor i profesorowie udzielają wiadomości o postępie w naukach i zachowaniu się uczniów dwa razy na miesiąc t. j. w każdą niedzielę po 1 i 16 od godziny  $\frac{1}{2}$  10— $\frac{1}{2}$  11 przed południem w kancelaryi Dyrekcyi.

Dyrekcya c. k. Wyższej Szkoły realnej

W Krakowie, dnia 25 czerwca 1895.

*Dr. Hugo Zathey,*  
Dyrektor.



